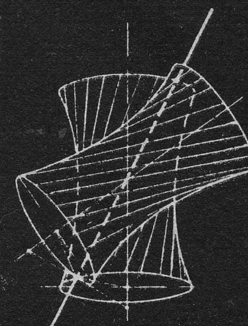
NICOLAE GUJA

Angrenaje conice și hipoide



În lucrare sînt tratate bazele geometriei angrenajelor cu dantură conică curbă și hipoidă, insistîndu-se asupra danturii conice curbe în arc de cerc, în special în varianta cu înălțime constantă a dintelui, variantă mult utilizată în construcția de mașini.

Pentru dantura hipoidă se tratează legătura dintre angrenajul hiperboloidal și angrenajul hipoid și modul în care angrenajul hipoid substituie angrenajul hiperboloidal. Se face o succintă prezentare a calculului geometric al danturii hipoide insistîndu-se asupra bazelor fizice ale acestui tip de angrenare. Sînt evidențiate de asemenea problemele angrenajelor hipoide de tip special.

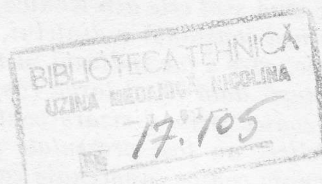
Sînt expuse bazele prelucrării danturii conice și hipoide și sînt prezentate exemple concrete de calcul.

Cartea este adresată inginerilor și tehnicienilor care, prin profesiune, sau din pasiune pentru tehnică, sînt interesați în cunoașterea problemelor angrenajelor, fiind utilă de asemenea studenților facultăților cu profil mecanic.

Control științific: dr. ing. **Gheorghe Miloiu**
Redactor: ing. **Vasile Buzatu**
Tehnoredactor: **Maria Trăsnea**

Bun de tipar: 23.05.1990 Coli de tipar: 14,5
C.Z. 621.833
ISBN 973-31-0168-0

Tiparul executat sub comanda nr. 334 la Palatul Universul str. Brezoianu nr. 23-25 București



Prefața

Dezvoltarea industriei constructoare de mașini a dus la o mare cerere de angrenaje de cele mai diferite tipuri, atît pentru producția de serie a diverselor mașini, cît și pentru activitatea de întreținere a parcului de mașini-unelte și utilaje din dotarea întreprinderilor.

Dacă angrenajele cu dantură conică curbă și axe concurente sînt în general întîlnite în literatură, în ceea ce privește angrenajele cu dantură curbă și axe încrucișate, respectiv angrenajele hipoide, problemele sînt mult mai puțin cunoscute deoarece, chiar în țările cu o veche industrie constructoare de mașini, s-a publicat puțin pe această temă.

Situația se datorește faptului că angrenajele hipoide s-au impus doar în ultimii 30—40 de ani, mult timp existînd părerea că cercetările în acest domeniu sînt mult prea complicate și pot fi evitate prin folosirea altor tipuri de angrenaje bine cunoscute și a căror fabricație nu ridica probleme teoretice deosebite.

Avantajele angrenajelor hipoide le-au impus, totuși și, pe măsură ce au intrat în uzul tehnicii, au apărut și metodele de calcul specifice diferitelor mașini-unelte de prelucrare a roților cu dantură hipoidă, metode care reprezintă însă numai o culegere de formule, pe baza cărora se poate calcula reglajul mașinii de prelucrat, neoferind o înțelegere a esenței problemelor pe care le ridică aceste angrenaje.

Puținele lucrări cunoscute folosesc un instrument matematic complex, respectiv noțiuni de geometrie diferențială și mecanică analitică, în speță teoria suprafețelor de înfășurare reciprocă, ceea ce le face greu accesibile, întrucît sensul fizic al problemelor scapă în condițiile crizei de timp cu care sînt confruntați specialiștii din producție.

Pentru a ușura înțelegerea acestor probleme de către un cerc de cititori cît mai larg posibil, în lucrarea de față s-a căutat să se prezinte numai demonstrații care folosesc noțiunile de matematică de uz curent în tehnică, iar acolo unde nu a fost posibil s-a insistat asupra sensului fizic și s-a apelat la metode intuitive.

Deși scopul principal al lucrării este prezentarea angrenajelor hipoide totuși, întrucît ele nu pot fi prezentate și înțelese fără cunoașterea angrenajelor conice cu dantură curbă, în partea întîia a lucrării au fost evidențiate principalele probleme ale angrenajelor conice.

A fost expusă mai pe larg numai dantura conică curbă în arc de cerc cu înălțimea constantă a dintelui, deoarece dantura conică curbă în arc de cerc este singura dintre danturile conice curbe care, pe de o parte se poate rectifica și prin aceasta asigură un grad de precizie superior, necesar în special în domeniul mașinilor-unelte și a altor mecanisme pre-

tenţioase cum sînt cele din tehnica aerospaţială iar, pe de altă parte, dantura cu înălţimea constantă a dintelui, la rîndul ei, prezintă o serie de facilităţi la execuţie, care o fac indicată în mod deosebit la unicate şi serii mici.

Totuşi, dată fiind larga răspîndire a metodelor de prelucrare a angrenajelor conice prin divizare continuă, la care dantura se realizează după curbe ciclice, au fost prezentate şi principalele probleme ale acestor tipuri de angrenaje conice, angrenaje care prezintă certe avantaje privind execuţia şi care pot acoperi un larg domeniu de cerinţe ale construcţiei de maşini în general.

Luînd în considerare complexitatea angrenajelor conice cu dantură curbă şi, în special, a angrenajelor hipoide, lucrarea de faţă se constituie numai ca o culegere a principalelor probleme pe care le ridică acestea, în vederea cunoaşterii lor de către cei interesaţi, fără a se ajunge la o analiză detaliată a tuturor aspectelor.

Materialul poate fi folosit în proiectare şi execuţie fără a avea însă pretenţia că trasează căi de rezolvare complet optimizate, datorită faptului că datele culese din literatură, sînt în general, destul de disparate şi, uneori, contradictorii şi numai o activitate de cercetare sistematică în domeniul teoriei acestor angrenaje, verificată practic prin executarea şi încercarea unui număr oarecare de astfel de angrenaje în domeniile limită, poate conduce la elaborarea unor metode de calcul şi de execuţie unitare şi complete la modul cel mai general posibil.

Întrucît cartea de faţă nu îşi propune demonstrarea riguroasă a tuturor problemelor acestor angrenaje, considerăm că abordarea teoriei lor rămîne în continuare o sarcină actuală pentru ştiinţă.

Cartea, în forma prezentată, o considerăm utilă atît inginerilor tehnologi şi proiectanţi, cu preocupări în domeniul angrenajelor, cît şi studenţilor care doresc să-şi lărgească orizontul în materie de organe de maşini fiind în egală măsură folositoare şi tehnicienilor specialişti în angrenaje, cu cunoştinţe matematice la nivel liceal actual.

Deoarece în literatura tehnică străină apar o serie de termeni a căror traducere la prima vedere nu dă nici o informaţie asupra fenomenului definit, aceşti termeni au fost menţionaţi, materialul prezentat contribuind astfel, şi din acest punct de vedere, la înţelegerea problemelor acestor angrenaje.

Metodologia de calcul al danturii hipoide, prezentată, presupune utilizarea calculatorului electronic şi are avantajul, în raport cu metodele clasice expuse în literatură, că poate crea proiectantului o imagine mai largă asupra angrenajului hipoid pe care îl va utiliza.

Menţionez că această metodologie de calcul a fost aplicată de autor pentru executarea unor angrenaje hipoide care, pînă la data respectivă, se aduceau din import.

Mulţumesc pe această cale colectivului de calcul din Institutul de Cercetare Ştiinţifică şi Inginerie Tehnologică pentru Maşini Unelte Bucureşti care m-a ajutat prin întocmirea programelor de calcul pentru calculator.

AUTORUL

Cuprinsul

1.

Noțiuni introductive

1.1. Simbolurile elementelor geometrice și coeficienților de calcul

Simboluri

Simbolul	Denumirea elementului
a	— distanța între axe;
b	— lățimea coroanei dințate;
c	— jocul la capul dintelui;
d	— diametrul de divizare;
h	— înălțimea dintelui (cu indice înălțimea unui element);
i	— raport de transmitere;
j	— joc între flancurile dinților angrenajului;
m	— modulul;
n	— turație (rot/min);
p	— pasul;
r	— rază;
s	— arcul dintelui (grosime);
v	— viteză;
x	— coeficientul deplasării profilului;
z	— număr de dinți;
L	— distanța de așezare (montaj);
R	— lungimea generatoarei conului;
α	— unghi de presiune (unghi de angrenare);
β	— unghi de înclinare a dintelui;
δ	— unghiul conului de divizare (semiunghiul vîrfului);
τ	— pas unghiular;
ε	— grad de acoperire;
ω	— viteză unghiulară;
Σ	— unghiul între axe.
θ	— unghiul dintelui.

Indici

Indicele	Semnificația indicelui
	Litere
a	— de cap, ... al sau a capului;
b	— de bază;
c	— constantă (ex. coarda constantă);
e	— exterior, ... la exterior;
f	— de picior, ... al sau a piciorului;
g	— gol, ... al golului, (între dinți);

i — interior, ... la interior;
m — median, (al ... median);
n — normal, (în secțiune normală);
p — plin, (al dintelui);
r — radial;
t — frontal, (în secțiune frontală);
w — de rostogolire;
x — axial sau o distanță oarecare;
y — distanță oarecare.

Cifre și alte semne

0 — de referință, (referitor la suprafețe de referință);
1 — al roții 1 (referitor la roata 1);
2 — al roții 2 (referitor, la roata 2);
* — coeficient al unei mărimi, alta decît deplasarea de profil.

FĂRĂ INDICI

Se referă la elemente legate de o suprafață sau o curbă ce trece prin punctul mediu al danturii.

Notațiile folosite sînt conforme cu STAS 915/1—81. Definițiile elementelor geometrice și cinematice ca și terminologia sînt conforme cu STAS 915/2—81, 915/3—81, 915/4-81 și 6844-80.

Simbolurile menționate mai sus au fost folosite numai pentru angrenaje.

1.2. Scurt istoric al dezvoltării angrenajelor

Dintre toate formele posibile de mișcare, cea rotativă, datorită avantajelor sale, s-a selecționat în mod natural pentru a satisface o mare varietate de nevoi tehnologice și putem afirma că roata este organul de mașină care a impus majoritatea proceselor tehnologice ca procese rotative.

Principalele motive care au determinat adoptarea mișcării de rotație pentru transmiterea energiei au fost posibilitatea realizării ei continuu, într-un loc, fără a apare o deplasare a suportului, precum și posibilitatea de reducere a pierderilor de energie, deoarece la rotație uniformă forța de inerție se produce numai la accelerarea de pornire și de oprire, spre deosebire de mișcarea de du-te-vino, de exemplu, unde forța de inerție apare la fiecare perioadă a mișcării.

Roata, ca element tehnic, a apărut din vremuri străvechi și s-a transmis din generație în generație, cunoscînd numeroase perfecționări și dezvoltări în istoria sa multimilenară.

Inițial roata a fost folosită pentru reducerea frecării la deplasare iar pentru transmiterea energiei a început să fie folosită ca roată a olarului și, apoi, datorită necesității de a transmite forțe mai mari decît cea umană, s-a inventat roata dințată.

Necesitatea scoaterii apei din rîuri pentru irigații și construcția morilor acționate de forța apelor curgătoare au fost cerințele vieții care au dat impulsul necesar apariției roților dințate, încă în antichitate ele fiind amintite în lucrările lui Aristotel și Arhimede.

Odată cu apariția și dezvoltarea tehnicii de măsurare a timpului și ca urmare necesitatea creării unor instrumente astronomice, a apărut ca o problemă esențială mărirea gradului de precizie a execuției roților dințate. Inițial acestea au fost executate din lemn, dar, din cauza uzurii rapide, s-a trecut la utilizarea metalului pentru confecționarea dinților, ceea ce a ridicat problema profilării dinților în așa fel încît angrenarea să poată avea loc.

Trei mari oameni de știință s-au ocupat de această problemă : Christian Huygens (1629—1695), care a studiat evolventa în lucrarea sa „Horologicum oscillatorium", apărută în 1693 ; Philippe De la Hire (1640—1718), care a descoperit epicicloida și a indicat-o drept curbă potrivită pentru profilarea dinților, în lucrarea sa „De l'usage des épicycloïdes" apărută în anul 1695 ; Leonhard Euler (1707—1783), care a aprofundat studiul, evolventei în lucrarea „De artissima figura rotatum dentibus tribuenda", publicată în anul 1760.

Inițial au fost folosite pe scară largă angrenajele cu profil cicloidal, dar, pe măsură ce tehnica s-a dezvoltat, aria lor de folosire s-a restrîns la aparatură și la ceasuri, în construcția de mașini generalizîndu-se folosirea angrenajelor cu profil în evolventă, în special după inventarea metodei de prelucrare a roților dințate prin rostogolire.

Creșterea cererii de roți dințate a dus la primele încercări de standardizare, astfel că în jurul anului 1770 apare în Anglia noțiunea de pas circular (circular pitch), noțiune care și-a dovedit utilitatea cu ocazia apariției mașinii de frezat și a frezei disc de danturat în anul 1820.

Tot în Anglia, Robert Willis a introdus în această perioadă noțiunea de pas diametral (diametral pitch).

Dezvoltarea mașinilor cu aburi și a mașinilor de prelucrat metale a stimulat, în continuare, cererea de roți dințate, ceea ce a dus, în anul 1856, la inventarea, în Germania, de către Christian Schiele, a prelucrării prin metoda rostogolirii cu freză melc, metodă ce nu s-a putut răspîndi din cauza dificultăților care intervin la realizarea frezelor melc.

Abia în anul 1901 s-a reușit confecționarea de freze melc cu o precizie satisfăcătoare, realizare impulsionată și de crearea, în anul 1897, de către Herman Pfauter, a mașinii de frezat roți dințate prin rostogolire cu diferențial, care rezolva prelucrarea roților cilindrice cu dinți drepți, înclinați și a roților melcate pe aceeași mașină.

În această perioadă, în Anglia și anume în anul 1899, Fellows introduce prelucrarea prin metoda rostogolirii cu cuțit roată, iar în 1908, Sunderland aplică prelucrarea prin rostogolire cu cuțit pieptene. În același an, în Elveția, Max Maag descoperă posibilitatea corijării angrenajelor prin deplasarea sculei.

Dacă în acest prim deceniu al secolului 20, în linii mari, evoluția angrenajelor cilindrice cu profil în evolventă, poate fi socotită ca încheiată din punct de vedere al bazelor teoretice, angrenajele conice vor mai suferi dezvoltări în continuare.

În tot cursul secolului 19 s-a folosit în construcția de mașini angrenajul conic format din roți conice cu dinți drepți.

În anul 1901 apare procedeul de prelucrare prin rabotare a danturii conice curbe în episinoidă, inventat de Monneret în Franța. Aceasta a stimulat o serie de cercetări care au fundamentat teoretic folosirea danturii conice curbe, ceea ce a dus la apariția, în 1910, a procedeului de prelucrare a danturii conice curbe în arc de cerc prin divizare dinte cu dinte, inventat

de către Bootscher și adoptat de firma Gleason, din SUA, în anul 1913, sub forma danturii în arc de cerc cu înălțime variabilă a dintelui. A urmat apariția în anul 1921 a metodei de prelucrare cu freză melc conică, inventată de Schicht și Preis în Germania, dantură numită Paloidă și avînd caracteristic înălțimea dintelui constantă. Acestă dantură a fost preluată și dezvoltată de către firma Klingelnberg.

În perioada 1920...1944 au fost puse bazele teoretice și practice ale angrenajelor conice cu dinți curbi avînd linia dinților curbe cicloidale, respectiv sistemul Eloid, pus în practică de către firma elvețiană Oerlikon în 1940, sistemul Cyclopaloid aplicat de firma Klingelnberg în RFG după 1945 și sistemul FIAT-Mammano aplicat în Italia. Ofensiva sistemelor de danturat conic curb după curbe cicloidale a determinat perfecționări și în domeniul danturii conice în arc de cerc. Astfel s-a desvoltat sistemul de danturat conic după metoda suprafeței înfășurătoare (FORMATE) și s-au pus bazele danturii în arc de cerc cu înălțimea dintelui constantă.

O serie de studii, publicate în special în Uniunea Sovietică în perioada 1955–1965, au popularizat dantura de înălțime constantă a dintelui, dantură care a căpătat o largă răspîndire.

O perfecționare adusă mașinilor de danturat conic în arc de cerc a fost făcută în RDG, cînd s-a adoptat sistemul KURVEX, ce permite prelucrarea simultană a două flancuri ale dintelui, cu două capete portcuțite, avînd centre diferite ale axelor de rotație.

În ceea ce privește angrenajele, hipoide, mult timp s-a menținut ideea emisă încă în secolul 19 că este inutil să se efectueze cercetări complicate pe acest subiect cînd este posibil a se evita folosirea lor în construcția mașinilor. Abia după anul 1930, odată cu dezvoltarea extraordinară a construcției de automobile, apar și primele realizări în acest domeniu, fundamentate teoretic de către Ernest Wildhaber și puse în practică de firma Gleason. Lucrarea care a făcut cunoscute mai pe larg, în Europa, principalele probleme teoretice ale angrenajelor hipoide a fost „Theorie et calcul des engrenages hypoïds", publicată de J. Capelle la Paris în anul 1949.

În prezent există trei sisteme de danturat conic curb care se aplică majoritar în producție, respectiv, în arc de cerc cu înălțime variabilă cît și cu înălțime constantă (Gleason), cu dinți orientați după curbe cicloidale (Eloid și Cyclopaloid) și cu dinți orientați după o evolventă (Paloid), aceste ultime sisteme (cicloidale și în evolventă) utilizind numai dantură cu înălțimea constantă a dintelui.

În ultimul timp sistemul Paloid a pierdut teren datorită sculei, freză melc conică, mult prea complicată, în competiție rămînînd sistemele în arc de cerc și după curbe cicloidale, fiecare cu avantaje și dezavantaje, dar cu domenii clare de aplicabilitate.

Ultimele perfecționări majore ale sistemului Eloid datează din anul 1975, cînd s-a introdus și la mașinile Spiromatic mecanismul cu cap înclinabil, iar la sistemul Gleason, din anii '60, cînd s-au publicat primele date despre dantura cu înălțimea variabilă cu înclinarea conului de fund al danturii modificată. Dacă în viitorul apropiat noi invenții nu vor răsturna balanța în favoarea unui sistem sau al altuia, putem aprecia că evoluția în acest domeniu este în principiu finalizată și că aceste sisteme vor domina încă mult timp producția de angrenaje conice cu dantură curbă. Întrucît perioada de evoluție a angrenajelor conice cu dantură curbă și a angrenajelor hipoide, respectiv a utilajelor de producere a acestor angrenaje, a

coincis cu primele trei pătrimi din secolul nostru, literatura tehnică prezintă o serie întreagă de încercări, metode, sisteme şi utilaje care, în multe cazuri, încep să nu mai prezinte decît un interes istoric, ceea ce complică în mare măsură înțelegerea şi crearea unei viziuni practice asupra acestei probleme. O sistematizare şi o analiză comparativă a acestor sisteme există în mod cert la firmele specializate, dar din aceste materiale s-au publicat pînă în prezent numai unele părți şi date, care în totalitatea cazurilor, nu intră în toate detaliile problemelor.

1.3. Clasificarea angrenajelor şi locul angrenajelor conice şi hipoide

Angrenajele pot fi clasificate după diferite criterii, din care reținem două :

1. După poziția relativă a axelor ; deosebind trei tipuri de bază : cu axe paralele, cu axe concurente şi cu axe încrucişate.

2. După forma suprafețelor exterioare ale roților componente; cînd angrenajele pot fi grupate în două categorii :

— angrenaje la care forma suprafețelor exterioare este aceiaşi cu a suprafețelor de rostogolire ; acestea fiind angrenajele cilindrice, conice şi hiperboloidale ;

— angrenaje la care forma suprafețelor exterioare diferă de cea a suprafețelor de rostogolire ; ele se realizează pentru arbori încrucişați şi pot fi formate din roți cilindrice, avînd denumirea de angrenaje elicoidale, sau din roți conice, denumite angrenaje hipoide.

În cazul particular cînd unghiul de înclinare al dinților la una din roți este aproape 90°, angrenajul elicoidal se numeşte angrenaj melcat.

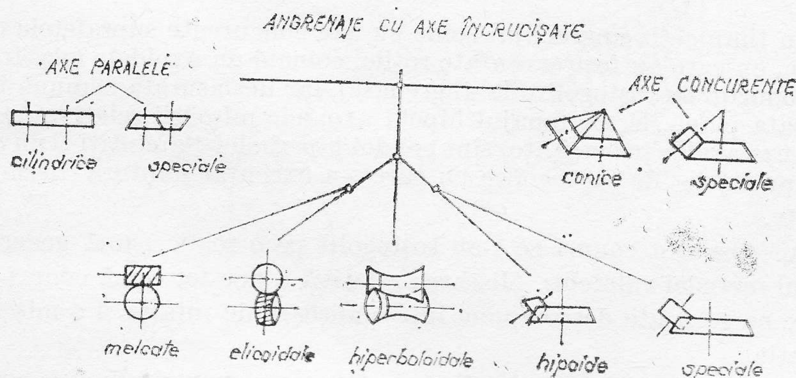


Fig. 1.1.

Angrenajele realizate prin metode speciale de prelucrare a danturii se numesc angrenaje speciale. Astfel, în cazul arborilor paraleli, pot fi compuse din roți conice, angrenaj numit în literatură beveloid, sau, în cazul arborilor concurenți şi încrucişați, din cîte o roată cilindrică şi una conică sau o roată cilindrică şi una plană. Aceste angrenaje poartă de obicei diverse denumiri comerciale precum : Spiroid, Planoid, Helicon etc.

Se observă din figura 1.1 că angrenajul hiperboloidal este angrenajul cu axe încrucișate din care derivă angrenajele elicoidale, angrenajele melcate, angrenajele hipoide, precum și o serie de angrenaje speciale. Aceasta se datorește faptului că angrenajul hiperboloidal poate fi considerat ca cel mai general caz, al angrenajelor, din care se pot deduce atît angrenajele cilindrice cît și cele conice.

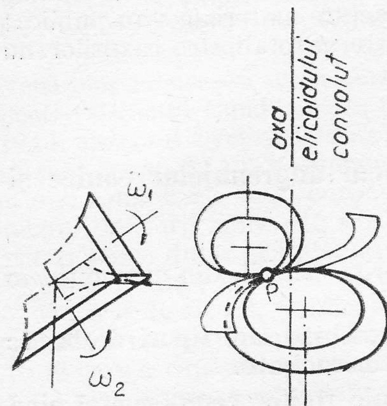


Fig. 1.2.

Astfel dacă distanța între axe se micșorează pînă cînd devine zero, iar unghiul între axe se păstrează diferit de zero, angrenajul obținut va fi concurent, roțile devenind conice.

Dacă distanța între axe se menține diferită de zero dar unghiul între axe va fi adus la zero, angrenajul devine cilindric cu axe paralele.

Roțile angrenajului hiperboloidal reprezintă o parte din cei doi hiperboloizi tangenți care se rostogolesc unul peste celălalt.

Spre deosebire de suprafețele de rostogolire cilindrice și conice, unde desfășurata comună este plană, la angrenajul hiperboloidal această desfășurată nu este o suprafață plană ci o suprafață elicoidală (fig. 1.2), în general un elicoid convolut.

Datorită asemănării formei roților hiperboloidale cu roțile conice și a posibilității de a prelucra roțile conice s-a recurs la angrenajul cu axe încrucișate în care roțile sînt conice, executate pe mașini de danturat conic, deci la care rostogolirea la prelucrare s-a făcut cu roată plană generatoare, sau cu roată conică generatoare. Acest angrenaj se numește pseudoconic sau hipoid.

În timp ce la angrenajul conic cu axe concurente suprafețele de rostogolire, cu care au fost executate roțile, coincid cu axoidele mișcării relative (conurile de rostogolire la angrenare), iar desfășurata comună în plan este roata plană, la angrenajul hipoid axoidele mișcării relative în spațiu (din cauza axelor încrucișate) sînt cei doi hiperboloizi amintiți și nu coincid cu suprafețele de rostogolire cu care s-a executat dantura fiecărei roți în parte.

Acestea sînt conuri ce s-au rostogolit pe o roată plană generatoare în cazul metodei ruletelor. Mișcarea relativă a acestor două conuri este o mișcare ce se poate descompune într-o mișcare de rotație și o mișcare de translație.

Ca și în cazul hiperboloizilor, desfășurata comună mișcării conurilor este tot o suprafață elicoidală întrucît conurile asigură aceeași mișcare ca și suprafețele hiperboloidale. Putem considera că roata plană generatoare pe care s-a efectuat rostogolirea la prelucrare aproximează, în ultimă instanță, o porțiune din acestă suprafață elicoidală.

Evident, pentru a se realiza aceásta, alegerea poziției dinților celor două roți conice nu se poate face la întîmplare , ci trebuie să se respecte o anumită lege.

1.4. Prelucrarea roţilor conice prin metoda rostogolirii

Prelucrarea danturilor prin metoda rostogolirii este azi generalizată, astfel încît este acceptată ca un fapt de la sine înţeles, de către cei ce au tangenţă cu tehnica angrenajelor.

Mai puţin cunoscut este faptul că această metodă are două variante şi anume prelucrarea prin metoda ruletelor şi prelucrarea prin metoda suprafeţelor înfăşurătoare.

Întrucît la prelucrarea roţilor dinţate cilindrice s-a generalizat folosirea metodei ruletelor, există tendinţa de a se transpune acest lucru şi în ceea ce priveşte roţile dinţate conice.

Realitatea este că în domeniul roţilor conice se folosesc ambele metode, deşi ele conduc la rezultate incompatibile, o roată dinţată conică prelucrată prin metoda ruletelor neangrenînd cu o roată dinţată conică prelucrată prin metoda suprafeţei înfăşurătoare, chiar dacă au aceleaşi elemente geometrice de bază.

Tendinţa care s-a conturat (fără a fi absolută), în ceea ce priveşte folosirea acestor metode, constă în utilizarea metodei ruletelor la unicate şi serii mici, iar a suprafeţei înfăşurătoare în special la seriile mari şi foarte mari.

Pentru precizarea acestor noţiuni vom apela la prelucrarea roţilor cilindrice prin rostogolire cu o sculă avînd profilul de cremalieră. Dacă se imaginează două roţi dinţate cilindrice în angrenare, vor exista două cercuri de rostogolire care în timpul angrenării se rostogolesc unul peste altul fără alunecare (rulează).

Ambele cercuri rulează în acelaşi timp şi pe dreapta care este linie de referinţă a cremalierei (fictive) de referinţă (v. fig. 1. 3).

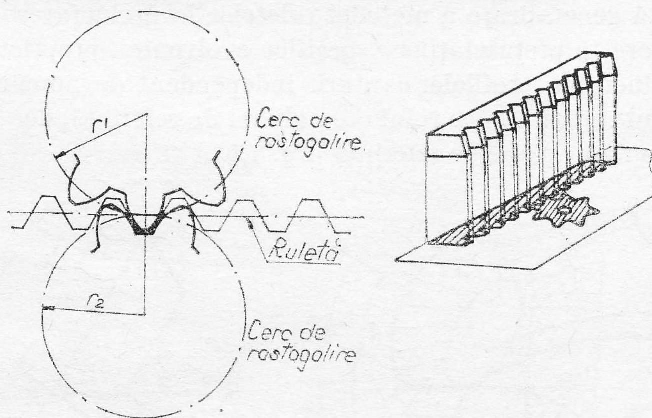


Fig. 1.3

Întrucît ambele roţi angrenează cu aceeaşi cremalieră de referinţă, vor angrena şi între ele. Materializînd cremaliera de referinţă printr-o sculă cremalieră generatoare se pot prelucra independent cele două roţi, care vor angrena între ele.

În acest caz linia medie a cremalierei de referinţă este ruleta, iar ei îi este asociat profilul trapezoidal al dintelui.

În acelaşi mod se petrec lucrurile şi la prelucrarea roţilor cilindrice cu roata cuţit. Cercul de rostogolire al roţii cuţit constituie ruleta şi, prin angrenare cu fiecare din roţile de prelucrat, profilul dinţilor roţii cuţit, asociat ruletei, generează pe fiecare roată danturi care apoi vor angrena între ele (fig. 1.4).

În ambele cazuri, ruleta şi profilul dintelui ataşat ei sînt independente de numărul de dinţi al roţilor de prelucrat, ceea ce a asigurat generalizarea metodei ruletelor la prelucrarea roţilor dinţate cilindrice.

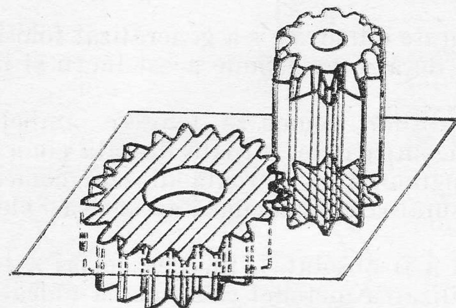


Fig. 1.4.

În cazul generării prin suprafeţe înfăşurătoare, dacă ne referim la cazul prelucrării cu roată cuţit, ar trebui să executăm cuţite roată avînd numărul de dinţi şi profilul identic cu al roţilor angrenajului şi să prelucrăm cu fiecare roata pereche, necesitînd în consecinţă două cuţite diferite pentru a prelucra un angrenaj, în situaţia cînd cele două roţi ale angrenajului sînt diferite.

Generarea suprafeţei dintelui se face deci direct de către o sculă ce materializează profilul dintelui roţii pereche, fără a mai recurge la o ruletă cu un profil intermediar,

Evident aplicarea acestei metode în cazul angrenajelor cilindrice nu este raţională din motive economice, curent fiind folosită numai la angrenajul melcat pentru prelucrarea roţii melcate, executînd o freză ce are profilul melcului conjugat.

Această generalizare a metodei ruletelor la prelucrarea roţilor cilindrice se datoreşte proprietăţilor specifice evolventei, proprietăţi care fac posibilă prelucrarea profilelor danturii independent de numărul de dinţi.

În cazul roţilor conice rolul cremalierei de referinţă, dec şi al ruletei este jucat de roata plană de referinţă (fig. 1.5).

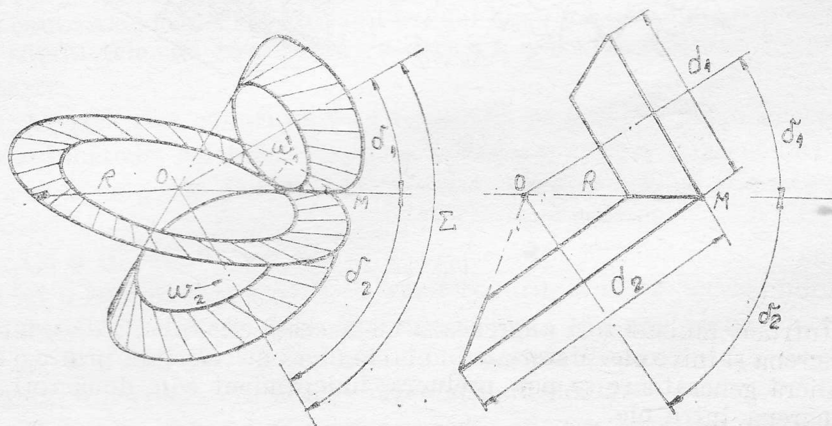


Fig. 1.5.

În acest caz însă, roata plană de referință nu este funcție numai de pasul danturii, ci și de unghiul între axele angrenajului și de raportul de transmitere, deci, implicit, de numărul de dinți al roților respective.

Astfel, din fig. 1.5 rezultă :

$$d_1 = m \cdot z_1, \ d_2 = m \cdot z_2, \ \delta_1 + \delta_2 = \Sigma, \ i = \omega_1/\omega_2 = z_2/z_1,$$
$$\sin \delta_1 = d_1/2R \text{ și } \sin \delta_2 = d_2/2R ;$$

de unde

$$\sin \delta_2/\sin\delta_1 = \sin\delta_2/\sin (\Sigma - \delta_2) = d_2/d_1 = z_2/z_1 = i. \qquad (1.1)$$

Dezvoltînd relația $\sin \delta_2/\sin (\Sigma - \delta_2) = i$ se obține

$$\text{tg } \delta_1 = \sin \Sigma/(i + \cos \Sigma) \text{ și } \text{tg } \delta_2 = i \sin \Sigma / (1 + i \cos \Sigma). \qquad (1.2)$$

Întrucît $d_1/(2\sin\delta_1) = R$, înlocuind în această formulă cu expresiile

$$d_1/2 = r_1, \ \sin \delta_1 = \text{tg } \delta_1/\sqrt{1 + \text{tg}^2\delta_1} \text{ și } \text{tg } \delta_1 = \sin \Sigma / (i + \cos \Sigma),$$

rezultă

$$R = r_1\sqrt{i^2 + 2i \cos \Sigma + 1} / \sin \Sigma. \qquad (1.3)$$

Din acest motiv, în anumite condiții la roțile conice este rațional ca scula să reproducă forma dintelui uneia dintre roțile angrenajului și să genereze direct, prin rostogolire și înfășurare, roata pereche. Metoda de prelucrare FORMATE, dezvoltată de firma Gleason, este o aplicație a generării prin metoda suprafeței înfășurătoare.

Principiul acestei metode este ilustrat în fig. 1.6.

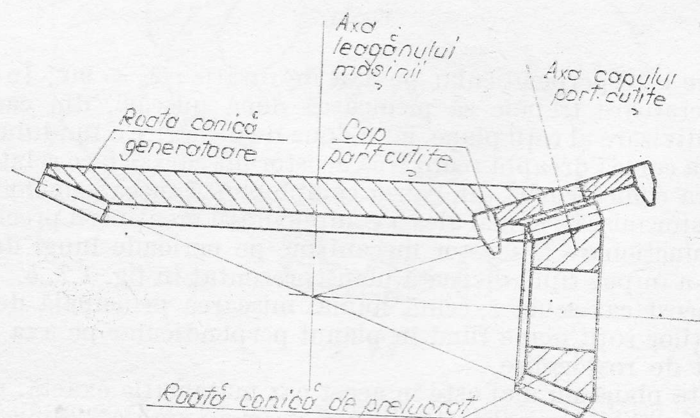


Fig. 1.6.

Se vede din cele prezentate că roata plană de referință este elementul de bază pentru generarea danturii conice prin rostogolire la metoda ruletelor, lucru determinat și de faptul că roata plană de referință poate fi relativ ușor reprodusă ca roată plană generatoare (relativ întrucît materializarea formei dinților roții plane ridică totuși o serie de probleme).

După cum se vede din fig. 1.7 așezarea suprafețelor dinților roții plane se poate face în trei moduri, determinate de mișcările pe care trebuie să le execute scula în raport cu planul de divizare al roții plane.

În fig. 1.7, *a* este reprezentat cazul danturii conice standard cu înălțime variabilă, la care înălțimea dintelui este proporțională cu modulul la diverse raze, iar roata plană este matematic exactă, adică planul său

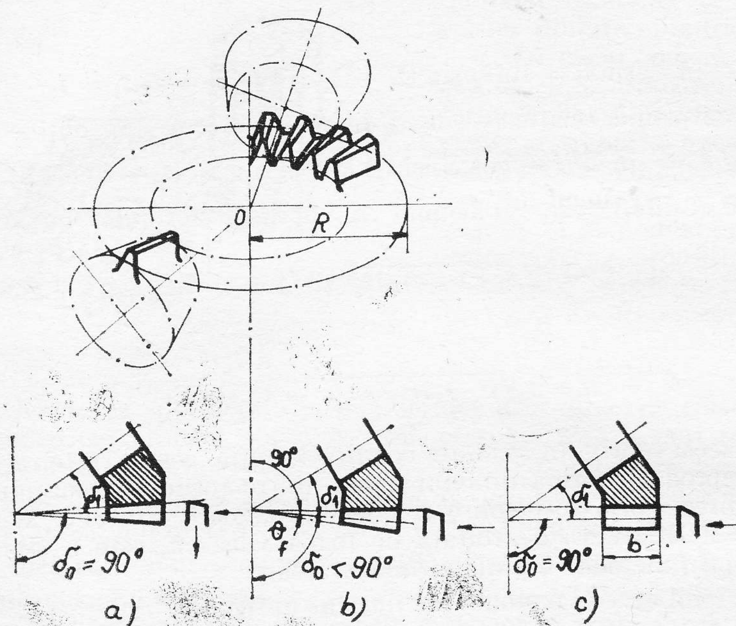


Fig. 1.7.

de divizare este perpendicular pe axa de rotație : $\delta_0 = 90°$. În acest caz scula generatoare trebuie să primească două mișcări, din care una în planul de divizare al roții plane, iar a doua de urmărire a fundului danturii. La dantura conică dreaptă realizarea acestor mișcări se face relativ simplu. La dantura conică curbă din cauza complexității mecanismelor de asigurare a acestor mișcări și mai ales a complexității menținerii preciziei foarte mari de funcționare a acestor mecanisme pe perioade lungi de timp, în practică s-a impus tipul de roată plană prezentat în fig. 1.7, *b*.

În acest caz scula execută numai mișcarea principală de așchiere, vîrful dinților roții plane fiind în planul perpendicular pe axa de rotație a mișcării de rostogolire.

Roata plană nu mai este în acest caz matematic exactă, planul său de divizare fiind în realitate aproximat cu o suprafață conică, abatere ce poate fi mai mare sau mai mică după mărimea unghiului piciorului dintelui θ_f al roții de prelucrat.

Modificarea formei roții plane duce la unele abateri ale danturii roților angrenajului conic, abateri care conduc la faptul că suprafețele laterale ale dinților nu mai sînt matematic perfect conjugate. Corectarea acestor abateri se face pe calea modificării reglajelor calculate, ale mașinii de danturat, pentru roata plană matematic exactă și este strict necesară în cazul angrenajelor de mare capacitate sau de precizie.

O ultimă formă, care a căpătat o mare răspîndire la angrenajele conice cu dantură curbă, este cea prezentată în fig. 1.7, *c*.

Această formă de roată plană, care din punct de vedere al mecanismelor care o generează întrunește avantajele formei din cazul *b*, este matematic exactă avînd planul de divizare perpendicular pe axa de rotație și din această cauză permite obținerea de suprafețe matematic corect conjugate, la dinții angrenajului.

În acest caz înălțimea dintelui roții plane este constantă și dantura generată pe roțile conice ale angregajului prin rostogolire va rezulta cu înălțime constantă.

Formele dinților prezentate în fig. 1.7 corespund secțiunii radiale pentru roata plană cu dinți drepți.

În cazul roților conice cu dantură curbă, formele de dinți examinate pot exista, dar, în realitate, dintele este amplasat pe un sector din roata plană și nu în planul radial al acesteia.

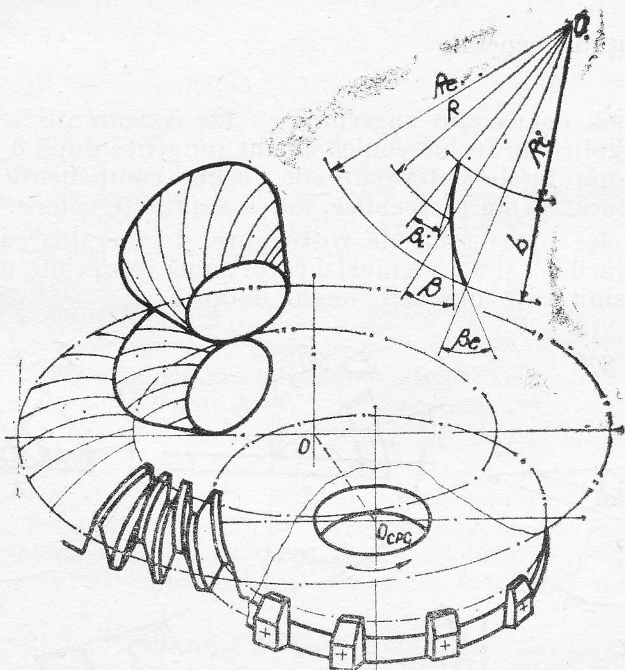


Fig. 1.8.

După cum se vede în fig. 1.8, în cazul metodei ruletei, scula (capul portcuțite) materializează un dinte al roții plane generatoare. Roata plană generatoare (imaginară) reproduce roata plană de referință, roată care determină dantura roților componente ale angrenajului. Arcul dintelui, acoperind un sector din roata plană mai mare decît pasul unghiular, determină un grad de acoperire suplimentar, numit grad de acoperire axial (ε_β) sau grad de acoperire prin înaintarea flancului. Evident există și gradul de acoperire normal determinat de angrenarea profilelor (ε_α), în final rezultînd gradul de acoperire total ($\varepsilon=\varepsilon_\alpha+\varepsilon_\beta$).

2

Dantura conică

2.1. Angrenaje conice

2.1.1. Noțiuni generale

Angrenajele conice sînt angrenaje cu axe concurente la care suprafețele de rostogolire au formă conică și sînt tangente după o generatoare comună, iar suprafețele exterioare ale roților componente au aceeași formă ca și suprafața de rostogolire, adică suprafețe conice.

Între axele suprafețelor de rostogolire și generatoarea comună se stabilesc unghiurile δ_1 și δ_2, unghiuri a căror sumă reprezintă unghiul între axele de transmitere a mișcării, unghi notat Σ.

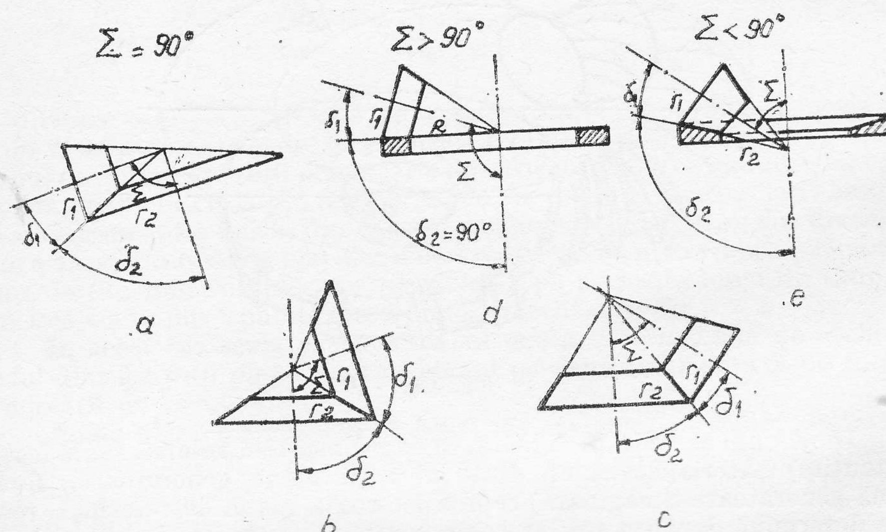


Fig. 2.1.

În cazul cînd unul din aceste unghiuri este de 90°, conul respectiv se transformă într-o suprafață plană, dantura fiind înscrisă într-un cerc pe această suprafață.

Angrenajul capătă în această situaţie denumirea de angrenaj conic cu roată plană.

Roata plană în angrenajul conic corespunde cremalierei din angrenajul cilindric, ea fiind intermediară între roata conică cu dantură exterioară şi cea cu dantură interioară.

Din punct de vedere geometric, dantura angrenajului conic corespunde unor suprafeţe conjugate definite conform teoriei angrenării, dar studiul acestor suprafeţe pune o serie întreagă de probleme, a căror rezolvare nu se face absolut exact din punct de vedere matematic ci procedîndu-se la o serie de aproximaţii, spre a se stabili o metodologie de calcul mai larg accesibilă şi, totodată, spre a se asigura posibilitatea de execuţie.

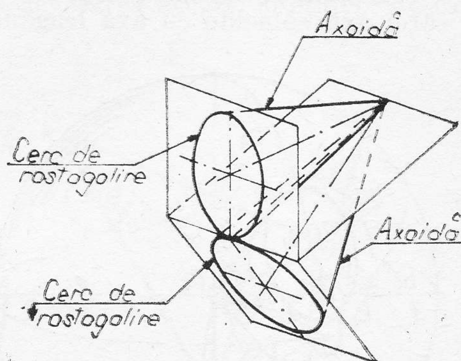


Fig. 2.2.

Din punct de vedere cinematic, problema care se pune este de a determina prin calcul dimensiunile danturii şi limitele între care există posibilitatea de generare a suprafeţelor conjugate ale dinţilor. Acest studiu al angrenajului conic prezintă o serie de dificultăţi, dat fiind faptul că suprafeţele de rostogolire (axoidele) sînt suprafeţe conice şi că cele două cercuri de rostogolire ale bazei axoidelor nu se găsesc în acelaşi plan (fig. 2.2.).

Datorită acestui fapt nu se poate aplica direct teoria angrenării, dezvoltată pentru angrenarea în plan, în vederea determinării caracteristicilor danturii. Evident, prin metodele geometriei diferenţiale este posibil studiul teoretic al acestui tip de angrenare, dar relaţiile de calcul sînt complicate, ceea ce nu le conferă o utilitate imediată fără programe de calcul foarte bine puse la punct [38].

O altă cale de studiu a fost ca, prin analogie cu angrenarea în plan, să se dezvolte o geometrie a angrenării teoretic exactă, plecînd de la încadrarea suprafeţelor conice într-o sferă şi aplicînd formulele trigonometriei sferice (fig. 2.3), profilul dintelui roţilor conice rezultînd după o evolventă sferică.

Dintele roţii plane obţinute în acest caz nu are însă profil rectiliniu, ci unul cu punct de inflexiune, ceea ce reprezintă complicaţii constructive în ceea ce priveşte realizarea sculelor (fig. 2.4).

Pentru a elimina acest neajuns se utilizează un profil rectiliniu pentru dinţii roţii plane, dar, în acest caz, linia de angrenare nu mai este cercul C_N din fig. 2.3, ci o curbă în formă de opt pe sferă (curbă numită lemniscată sferică, fig. 2.5) ceea ce complică relaţiile de calcul şi schimbă analogia cu angrenarea în plan a danturii în evolventă.

Această dantură la care roata plană are dintele de formă trapezoidală în secţiune transversală este cunoscută sub numele de dantură octoidală (fig. 2.5).

După cum s-a indicat la § 1.4, există două cazuri de generare a roţii plane :

Cazul I, caz exact din punct de vedere al generării suprafeţelor conjugate ale dinţilor, suprafaţa de referinţă a roţii plane fiind un plan perpendicular pe axa de rotaţie (fig. 1.7, *a* şi *c*).

Cazul II, caz aproximativ, cînd această suprafaţă plană de referinţă este aproximată printr-un con (fig. 1.7, *b*).

În cazul I, ilustrat în fig. 2.6, elementul generator este roata plană a cărei axă coincide cu axa leagănului maşinii de danturat.

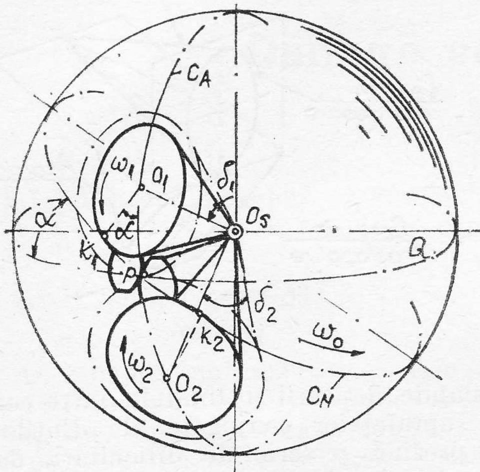


Fig. 2.3.

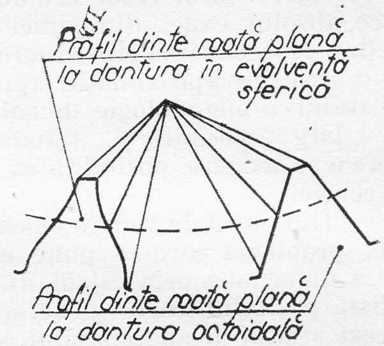


Fig. 2.4.

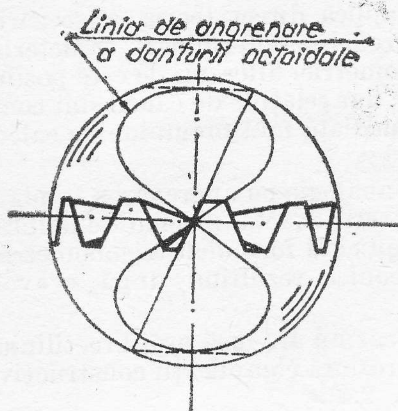


Fig. 2.5

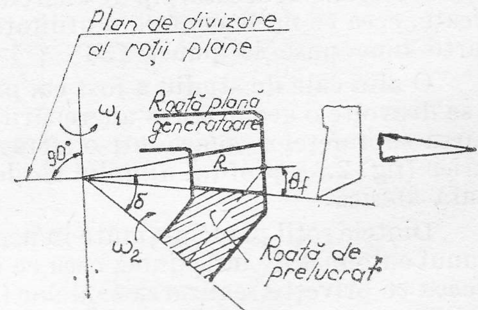


Fig. 2.6.

Roata conică de prelucrat avînd unghiul conului de referinţă δ este aşezată astfel încît vîrful acestui con să cadă exact în centrul roţii plane.

Rostogolirea fără alunecare a conului de referinţă a roţii de prelucrat pe planul de referinţă al roţii plane se exprimă prin relaţia

$$R\omega_1 = r\omega_2 = R \cdot \omega_2 \cdot \sin \delta, \text{ de unde } i = \omega_1/\omega_2 = \sin \delta. \quad (2.1)$$

După cum s-a precizat, dantura octoidală este o aproximare a danturii în evolventă sferică, deci suprafețele de referință, a roții plane și a roții conice de prelucrat, se pot încadra într-o sferă ca în fig. 2.3 și 2.5.

Transpunînd aceasta în fig. 2.7 planul NTO reprezintă flancul dintelui roții plane.

În aceeași figură este indicată generarea acestei suprafețe de către muchia așchietoare a sculei.

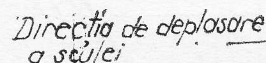


Fig. 2.7.

Traiectoria cuțitului, a cărui muchie așchietoare descrie flancul unui dinte, coincide cu generatoarea conului de picior, respectiv este înclinată cu unghiul θ_f în raport cu planul de referință.

Notăm cu α_s unghiul de înclinare al muchiei așchietoare a sculei în plan normal și cu α_t unghiul de angrenare rezultat pe roata plană înscrisă în sferă.

Conform trigonometriei sferice [40], într-un triunghi sferic ale cărui laturi sînt arce de cerc mare ($\Delta\ MNT$) există relația

$$\cos(90^\circ - \alpha_t) = \sin\alpha_s \cos\theta_f, \text{ respectiv } \sin\alpha_t = \sin\alpha_s \cos\theta_f. \quad (2.2)$$

Rezultă $\alpha_t < \alpha_s$, sau cu alte cuvinte unghiul de angrenare frontal al roții plane diferă de unghiul de presiune al sculei.

Această diferență este practic neglijabilă la precizia curentă de prelucrare sau nu are nici o influență dacă unghiul piciorului dintelui θ_f este același la roată și la pinion.

Pentru danturile de precizie este necesar însă corectarea unghiului sculei în așa fel încît să se obțină o angrenare corectă.

În fig. 2.8 sînt reprezentate vaorile $\Delta\alpha_t = \alpha_s - \alpha_t$ în funcție de unghiurile α_s și θ_f.

Situația din cazul II, cînd din cauza construcției simplificate a mașinii de danturat traectoria sculei este perpendiculară pe axa de rotație a roții plane (fig. 2.9), elementul generator nu mai este o roată plană la care suprafața de referință este un plan, ci o roată plană la care suprafața de referință este o suprafață ușor conică.

Pentru a se efectua rostogolirea fără alunecare a conului de referință al roții de prelucrat pe cel al roții plane generatoare trebuie să existe relația $\overline{MM'} \cdot \omega_1 = r\omega_2$, de unde raportul de transmitere va fi

$$i = \omega_1/\omega_2 = r/\overline{MM'} = \overline{OM} \sin \delta/\overline{OM} \cos \theta_f = \sin \delta/\cos \theta_f \quad (2.3)$$

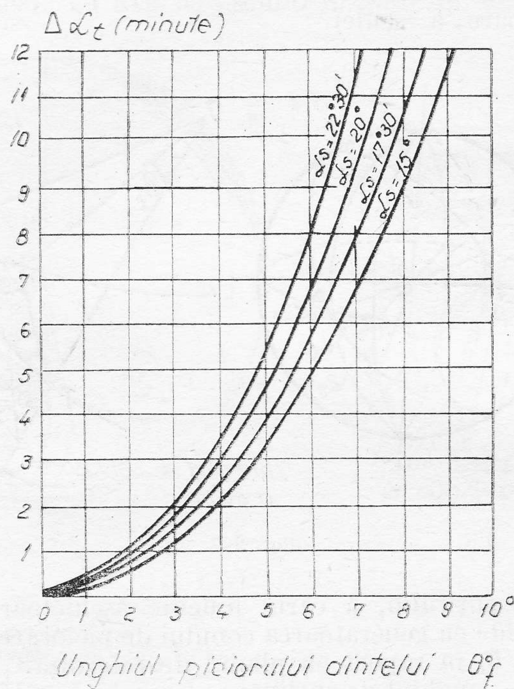


Fig. 2.8

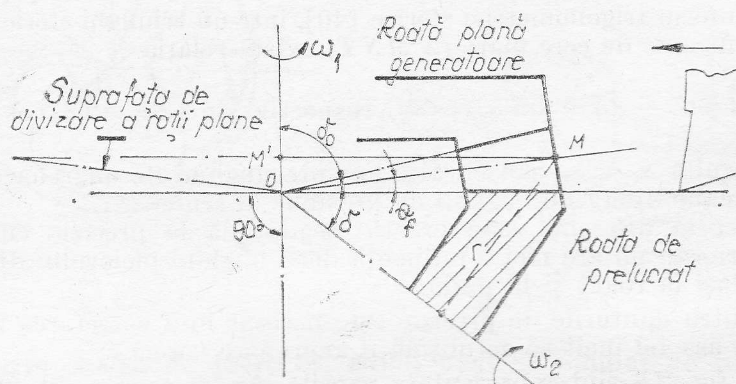


Fig. 2.9

Considerînd încadrarea într-o sferă ca în fig. 2.10, triunghiul sferic NTT' este format numai din arce de cerc mare, suprafața plană NTO constituind flancul dintelui roții plane.

Unghiul α_s este unghiul de înclinare al muchiei tăietoare a sculei în plan normal pe direcția de deplasare a sculei și α_t unghiul de angrenare a roții plane generatoare.

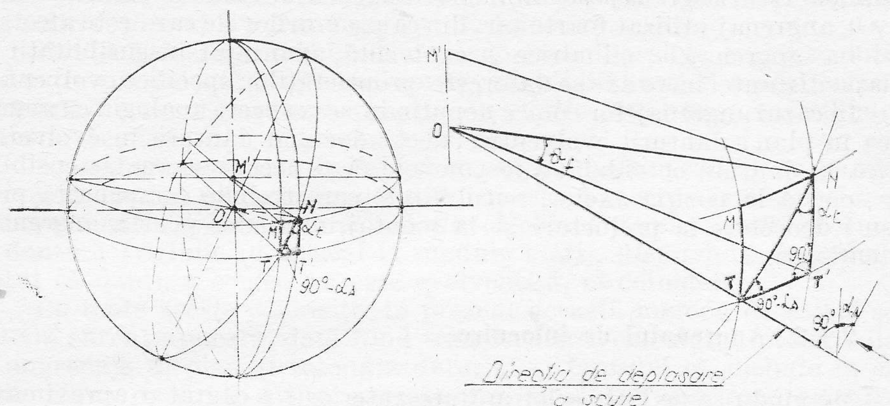


Fig. 2.10

În acest triunghi sferic există relația

$$\cos(90^\circ - \alpha_s) = \sin\alpha_t \cos\theta_f, \text{ respectiv } \sin\alpha_s = \sin\alpha_t \cos\theta_f. \quad (2.4)$$

Rezultă $\alpha_t > \alpha_s$ sau cu alte cuvinte și în acest caz unghiul de angrenare frontal al roții plane diferă de unghiul de presiune al sculei, dar în sens invers decît în cazul precedent.

Dacă unghiurile piciorului dinților unui angrenaj sînt diferite (spre exemplu în cazul angrenajelor corijate prin deplasarea profilului), respectiv $\theta_{f_1} \neq \theta_{f_2}$, va exista și o diferență de unghi de angrenare între roți, chiar dacă sînt prelucrate cu aceeași sculă și roata plană este de același tip, dar diferențele sînt mici.

Cînd roata corespunde unui tip de roată plană iar pinionul unui alt tip, diferența între unghiurile de angrenare rezultă mai mare, întrucît diferențele de unghi de angrenare sînt în sens contrar (v. și relația 2.2). Din această cauză roțile unui angrenaj conic trebuie să fie prelucrate numai cu același tip de roată generatoare.

Chiar și în acest caz, sînt necesare corecții de potrivire a petei de contact, aceasta fiind singura cale prin care se poate asigura o calitate superioară.

În afara acestor probleme determinate de tipul roții plane și de configurația sferică, o pereche de roți dințate conice cu dantură octoidală, teoretic, angrenează corect numai cînd liniile lor de angrenare (cele două lemniscate sferice) se suprapun perfect.

Această condiție este îndeplinită atunci cînd conurile de divizare coincid cu conurile de rostogolire. Drept urmare aceste angrenaje sînt sensibile la variația unghiului între axe și la abaterile de concurență a axelor, abateri care duc la modificarea conurilor de rostogolire în angrenaj, în timp ce conurile de divizare sînt precizate definitiv prin execuție.

Din acest motiv, deplasarea profilului danturii conice se execută numai compensat, respectiv $\Sigma x_r = 0$, deplasarea profilului fiind totdeauna pozitivă la pinion şi negativă la roată, din necesitatea de a consolida dantura pinionului. În STAS 915/4—81 acest angrenaj este denumit zero deplasat. În afara acestui angrenaj este amintil şi angrenajul conic deplasat, la care $\Sigma x_r \neq 0$, angrenaj utilizat foarte rar, din cauza erorilor de care este afectat.

La angrenajele cilindrice în evolventă, avantajul insensiblităţii la variaţia distanţei între axe se datoreşte proprietăţilor specifice evolventei.

În cazul angrenajelor conice neputîndu-se respecta analogia cu angrenarea în plan a danturii evolventice, deci înlocuind dantura în evolventă sferică cu dantura octoidală, a fost nevoie să se accepte această sensibilitate sporită la poziţia axelor, sensibilitate care trebuie compensată prin măsuri deosebite la prelucrare şi la montaj, mai ales pentru angrenaje pretenţioase.

2.1.2. Angrenajul de înlocuire

Mergîndu-se pe linia celor arătate anterior s-a căutat o aproximaţie care să dea erori de calcul admisibile şi care să permită un calcul al danturii conice bazat pe sisemul cunoscut de calcul al angrenării danturii evolventice în plan.

Un astfel de calcul se poate face prin aplicarea metodei „angrenajului de înlocuire", numită şi aproximaţia lui Tredgold.

În acest caz studierea roţii plane se face prin înlocuirea suprafeţei sferice cu o suprafaţă cilindrică, suprafaţă ce poate fi desfăşurată, iar pentru studierea angrenajului conic se înlocuieşte suprafaţa calotelor sferice, ce reprezintă baza axoidelor, prin cîte o suprafaţă conică numită con suplimentar.

Cele două suprafeţe conice au ca bază cercurile de rostogolire ale roţilor conice şi generatoarele lor sînt tangente la sferă în timp ce genera-

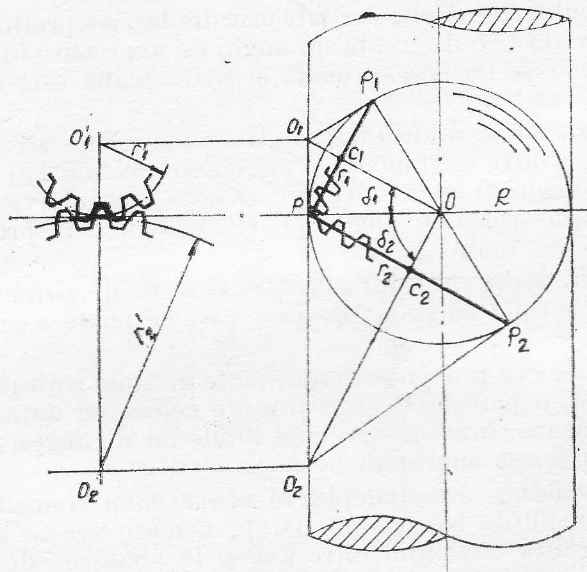


Fig. 2.11

toarele ce trec prin polul angrenării P, respectiv $\overline{O_1P}$ şi $\overline{O_2P}$, se confundă cu generatoarea cilindrului amintit.

În acest fel prin desfăşurarea cilindrului şi a conurilor de înlocuire O_1PP_1 şi O_2PP_2 se obţine o angrenare în acelaşi plan a două roţi cilindrice cu razele roţilor r_1' şi r_2', numite roţi de înlocuire.

Evident, desfăşurînd cilindrul şi cele două suprafeţe conice se obţine o situaţie echivalentă angrenării conice, iar studiul angrenajului conic se transformă (cu oarecare aproximaţie) în studiul unui angrenaj cilindric, utilizînd relaţiile din angrenarea în plan.

Aproximarea constă în faptul că, în realitate, profilul de pe sferă al danturii conice nu corespunde exact cu cel de pe suprafaţa conică, ceea ce duce la unele diferenţe între valorile calculate şi valorile reale obţinute pe dantură (vizibile în special la module mari), distorsiuni ce includ şi faptul că dantura conică nu este evolventică, ci octoidală.

Cu toate aceste diferenţe, în prezent această metodă de calcul este metoda curent aplicată, dată fiind transformarea calculului într-un calcul de angrenaje în plan şi totodată datorită şi faptului că include în sine roata plană cu dinţi avînd secţiune trapezoidală, roată care constituie elementul teoretic fundamental al construcţiei maşinilor de prelucrat dantură conică prin generare cu rostogolire prin metoda ruletelor.

Din fig. 2.11 se pot determina cîteva elemente privind angrenajul conic, elemente necesare în precizarea angrenajului cilindric de înlocuire.

Astfel raportul de transmitere al angrenajului în cazul cînd unghiul între axe $\Sigma = 90°$ (angrenaj conic ortogonal) va fi

$$i = \omega_1/\omega_2 = r_2/r_1 = z_2/z_1 = R \sin \delta_2/R \sin \delta_1 = \cos \delta_1/\sin \delta_1 = \mathrm{ctg}\, \delta_1, \quad (2.5)$$

iar elementele angrenajului de înlocuire, următoarele :

$$r_1' = r_1/\cos \delta_1 \text{ şi } r_2' = r_2/\cos \delta_2 \text{ — razele roţilor de înlocuire.} \quad (2.6)$$

$$z_1' = z_1/\cos \delta_1 \text{ şi } z_2' = z_2/\cos \delta_2 \text{ — numărul de dinţi al roţilor de înlocuire} \quad (2.7)$$

Roţile de înlocuire fiind elemente imaginare de calcul, se lucrează pentru numerele de dinţi de înlocuire cu numerele fracţionare reeşite din calcul.

Raportul de transmitere al roţilor de înlocuire va fi

$$i' = r_2'/r_1' = z_2'/z_1' = (z_2/\cos \delta_2) \cdot (\cos\delta_1/z_1) = i \cos\delta_1/\cos \delta_2 =$$
$$= i \cos \delta_1/\sin \delta_1 = i\, \mathrm{ctg}\, \delta_1. \quad (2.8)$$

Întrucît $i = \mathrm{ctg}\, \delta_1$, (2.5) rezultă că raportul de transmitere al angrenajului de înlocuire, exprimat prin raportul de transmitere al angrenajului înlocuit, este

$$i' = i^2 = \mathrm{ctg}^2\, \delta_1. \quad (2.9)$$

În mod asemănător, utilizînd (2.7) şi ţinînd seama de relaţia $\cos \delta_1 = \mathrm{ctg}\, \delta_1/\sqrt{1 + \mathrm{ctg}^2\, \delta_1}$, rezultă numerele de dinţi ale angrenajului de înlocuire exprimate prin numerele de dinţi şi raportul de transmitere al angre-

najului înlocuit:

$$z'_1 = z_1\sqrt{1+i^2}/i \quad \text{și} \quad z'_2 = z_2 \cdot \sqrt{1+i^2}. \tag{2.10}$$

Cele mai răspîndite angrenaje conice sînt angrenajele ortogonale dar se pot întîlni și cazuri cînd unghiul între axe este diferit de 90°. Un asemenea angrenaj se numește angrenaj conic unghiular.

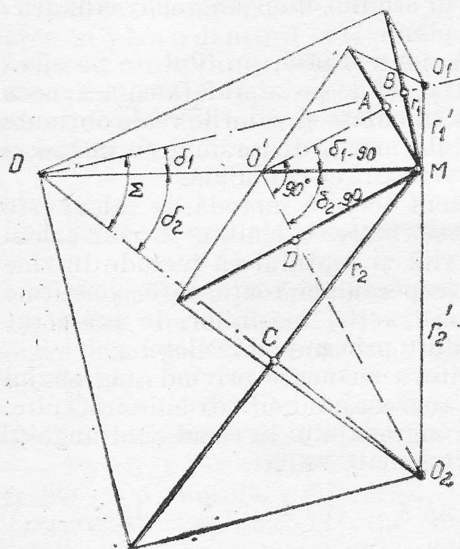


Fig. 2.12

Utilizînd angrenajul de înlocuire se poate determina, pentru un angrenaj conic unghiular, un angrenaj conic ortogonal echivalent, angrenaj ce are profilul dinților același în secțiunea frontală comună cu angrenajul conic unghiular dat.

În fig. 2.12 sînt indicate conurile de referință ale angrenajului conic unghiular avînd unghiurile δ_1 și δ_2, razele r_1 și r_2, unghiul între axe $\Sigma \neq 90°$ și raportul de transmitere i.

Generatoarele conurilor suplimentare sînt $r'_1 = \overline{MO_1}$ și $r'_2 = \overline{MO_2}$, ele fiind razele angrenajului de înlocuire.

Se poate construi un angrenaj conic avînd aceleași generatoare ale conurilor suplimentare și unghiul între axe $\Sigma = 90°$ (fig. 2.12). Se notează la acest angrenaj unghiurile conurilor de referință prin δ_{1-90} și δ_{2-90}.

Întrucît cele două angrenaje (angrenajul conic unghiular și angrenajul conic ortogonal echivalent) au același angrenaj cilindric de înlocuire, profilul lor va fi comun în secțiunea frontală pe conurile suplimentare.

Dacă se notează raportul de transmitere al angrenajului conic ortogonal echivalent prin i_{90}, ținînd cont de relațiile (2.8) și (2.9) se poate scrie $i' = r'_2/r'_1 = i\cos\delta_1/\cos\delta_2 = i^2_{90}$, unde, conform (2.5),

$$i_{90} = \text{ctg}\,\delta_{1-90} = \text{tg}\,\delta_{2-90}. \tag{2.11}$$

În funcție de elementele angrenajului conic unghiular rezultă:

$$i_{90} = \sqrt{i\cos\delta_1/\cos\delta_2} = \sqrt{(z_2/z_1)(\cos\delta_1/\cos\delta_2)}. \tag{2.12}$$

Razele pinionului și roții ortogonale echivalente rezultă din expresiile:

$$\overline{AM} = r'_1\cos\delta_{1-90} = r_1\cos\delta_{1-90}/\cos\delta_1 = r_{1-90},$$

$$\overline{DM} = r'_2\cos\delta_{2-90} = r_2\cos\delta_{2-90}/\cos\delta_2 = r_{2-90}. \tag{2.13}$$

Deoarece numărul de dinţi este proporţional cu razele cercurilor de referinţă (cercurile de divizare) se poate scrie :

$$z_{1-90} = z_1 \cos \delta_{1-90}/\cos \delta_1 = z_1 \sin \delta_{2-90}/\cos \delta_1 \quad \text{şi} \quad z_{2-90} = z_2 \cos \delta_{2-90}/\cos \delta_2. \tag{2.14}$$

Aceste formule (2.11 ... 2.14) au o mare importanţă deoarece permit studierea angrenajului conic unghiular pe baza angrenajului conic ortogonal, valorile şi constantele care se aleg pentru proiectare şi execuţie fiind determinate pentru angrenaje ortogonale.

2.1.3. Bazele geometriei angrenajelor conice

Prima problemă la determinarea unui angrenaj conic o reprezintă stabilirea conurilor de referinţă pentru un unghi între axe dat, luînd în considerare raportul de transmitere al angrenajului.

Fiind vorba de stabilirea elementelor ce determină roţile conice a angrenajului respectiv, evident conurile de referinţă vor fi conurile de divizare, acestea fiind şi conuri de rostogolire (v. §2.1.1)..

Există diverse situaţii în funcţie de unghiul între axele angrenajului, situaţii ilustrate în figura 2.1.

În cazul angrenajului ortogonal (fig. 2.1. *a*) dacă se notează cu R generatoarea comună se poate scrie :

$$R \sin \delta_1 = r_1 \text{ şi } R \sin \delta_2 = r_2 \text{ de unde } r_1/\sin \delta_1 = r_2/\sin \delta_2.$$

Deoarece numărul de dinţi este proporţional cu razele iar $\Sigma = 90°$ rezultă : $z_1/z_2 = \sin \delta_1/\sin \delta_2 = \sin \delta_1/\cos \delta_1 = \operatorname{tg} \delta_1$,
de unde relaţiile pentru determinarea angrenajului vor fi :

$$\operatorname{tg} \delta_1 = z_1/z_2 \text{ şi } \delta_2 = \Sigma - \delta_1. \tag{2.15}$$

Elementele geometrice ale roţii plane vor fi :

$$R = r_1/\sin \delta_1 = r_2/\sin \delta_2, \ R \text{ — raza roţii plane în punctul P.} \tag{2.16}$$

Cînd angrenajul este ortogonal rezultă

$$R = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}. \tag{2.17}$$

Numărul de dinţi al roţii plane :

$$z_0 = 2R/m = 2r_1/m \sin \delta_1 = 2r_2/m \sin \delta_2 = z_1/\sin \delta_1 = z_2/\sin \delta_2, \tag{2.18}$$

unde m este modulul danturii.

Pentru angrenajul ortogonal din relaţia (2.17) rezultă :

$$z_0 = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}. \tag{2.19}$$

În cazul angrenajelor unghiulare (fig. 2.1, *b* şi *c*) se poate scrie aceiaşi relaţie $r_1/\sin \delta_1 = r_2/\sin \delta_2$ de unde :

$$z_1/z_2 = \sin \delta_1/\sin \delta_2 = \sin \delta_1/\sin (\Sigma - \delta_1) = \sin \delta_1/(\sin \Sigma \cos \delta_1 - \cos \Sigma \sin \delta_1).$$

Efectuînd calculele rezultă :

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \sin \Sigma / [(z_2/z_1) + \cos \Sigma] \text{ și } \delta_2 = \Sigma - \delta_1. \tag{2.20}$$

Pentru determinarea numărului de dinți a roții plane se observă că și în cazul angrenajului conic unghiular relațiile 2.18 sînt valabile. Înlocuind în relația $z_0 = z_1/\sin \delta_1$ cu $\sin \delta_1$ în funcție de $\operatorname{tg}\delta_1$, ținînd cont de relația 2.20 și efectuînd calculele rezultă :

$$z_0 = \sqrt{z_1^2 + [(z_2 + z_1 \cos \Sigma)/\sin \Sigma]^2}. \tag{2.21}$$

În cazul angrenajului cu roată plană, întrucît este cunoscut unghiul $\delta_2 = 90°$, rezultă imediat

$$\delta_1 = \Sigma - 90°. \tag{2.22}$$

Cazul angrenajului conic cu dantură interioară nu se va mai aborda dat fiind faptul că acest tip de angrenaj nu se utilizează în practică.

Luînd în considerare roata plană, dacă examinăm figura 2.13 se observă că aceasta cuprinde planul imaginar PO (plan de referință respectiv plan de divizare și de rostogolire) care se rostogolește fără alunecare

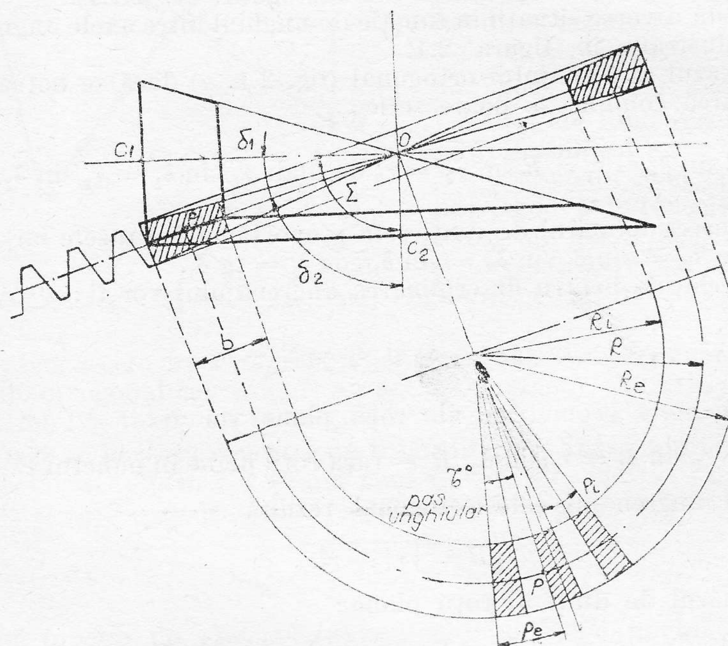


Fig. 2.13

împreună cu conurile de rostogolire ale angrenajului, dinții roții plane fiind distribuiți pe cerc și fiind descrescători în înălțime spre centrul de rotație, în cazul danturii de înălțime variabilă standard.

Pentru dantura conică dreaptă flancurile dinților roții plane constituie un fascicol de plane care se întretaie în centrul roții.

Pasul exterior al danturii p_e se măsoară pe cercul exterior de rază R_e.

Mărimea pasului pe lăţimea danturii variază proporţional cu raza, adică $p_e = 2\pi R_e/z_0$, iar pe un cerc oarecare

$$p_x = 2\pi R_x/z_0. \tag{2.23}$$

Din aceste expresii rezultă:

$$p_x = p_e \cdot R_x/R_e; \tag{2.24}$$

deci pasul este direct proporţional cu raza.

Exprimînd pasul în funcţie de modul rezultă:

$$m_x = m_e R_x/R_e, \text{ unde } m_e \text{ — modulul pe cercul de divizare exterior} \tag{2.25}$$

Modulul mediu în punctul P va fi prin urmare:

$$m = m_e R/R_e. \tag{2.26}$$

În cazul danturii de înălţime variabilă standard (la care dreptele de fund şi de vîrf ale dintelui trec prin vîrful conului de divizare) modulul este proporţional cu înălţimea dintelui deoarece se poate scrie:

$$R_e/h_e = R_x/h_x, \text{ respectiv } R_x/R_e = h_x/h_e, \text{ de unde};$$

$$m_x = m_e \cdot h_x/h_e, \text{ respectiv } h_x = m_x \cdot h_e/m_e. \tag{2.27}$$

Cu toate că demonstraţiile au fost făcute luînd în considerare în figura 2.13 dantura dreaptă, aceste relaţii sînt valabile şi în cazul danturii conice curbe de înălţime variabilă standard.

Excepţie face în cazul danturii conice curbe prelucrată prin metoda bilaterală grosimea dintelui şi lăţimea golului, acestea nemaifiind funcţie numai de R_x ci şi de unghiul de înclinare al dintelui, unghi variabil în lungul dintelui.

2.2. Angrenaje conice cu dantură curbă

După cum s-a marcat în figura 1.5 rolul cremalierei de referinţă de la angrenajele cilindrice, la angrenajele conice, este jucat de către roata plană de referinţă.

Forma danturii roţii conice este dată de poziţia curbei directoare a dintelui pe roata plană de referinţă. Din acest punct de vedere angrenajele conice pot fi împărţite în două grupe:

Angrenaje cu dinţi rectilinii (drepţi şi înclinaţi) şi angrenaje cu dinţi curbilinii (curbi).

Directoarea dintelui curb face parte dintr-un arc de curbă ale cărei caracteristici depind de principiul de generare al maşinii de danturat.

În figura 2.14 sînt repre-

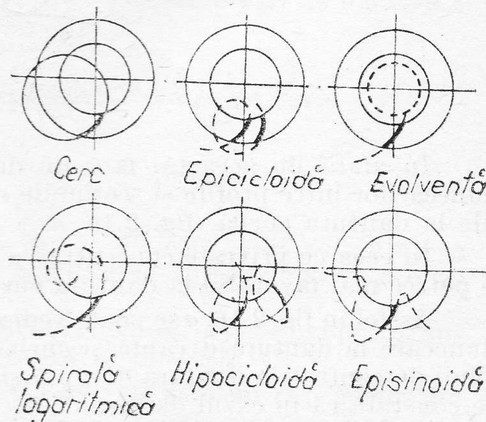


Fig. 2.14

zentate în rîndul I danturile conice curbe cel mai des întîlnite, iar în rîndul II cele care azi prezintă mai mult un interes informativ.

Deşi mult timp s-a folosit angrenajul conic cu dinţi drepţi o serie de deficienţe ale acestuia au determinat apariţia angrenajului conic cu dinţi curbi ale cărui principale avantaje sînt:

— Creşterea gradului de acoperire, ceea ce se traduce în funcţionare mai liniştită şi durabilitate sporită.

— Diminuarea sensibilităţii la deplasări relative a roţilor componente prin posibilitatea eliminării concentrărilor de tensiuni în mod mai convebail la dantura curbă decît la dantura dreaptă.

Aceste deplasări relative apar ca urmare a deformaţiilor elastice a ansamblului în timpul funcţionării sub sarcină.

— Realizarea prin procedee de fabricaţie cu productivitate mărită.

Curba realizată în planul de referinţă pentru direcţia dintelui, determină pe conul de rostogolire poziţia dinţilor astfel încît intrarea în angrenare se face cu un grad de acoperire sporit.

În acest fel se asigură o transmitere mai uniformă a sarcinii de la dinte la dinte după cum s-a ilustrat în figura 2.15.

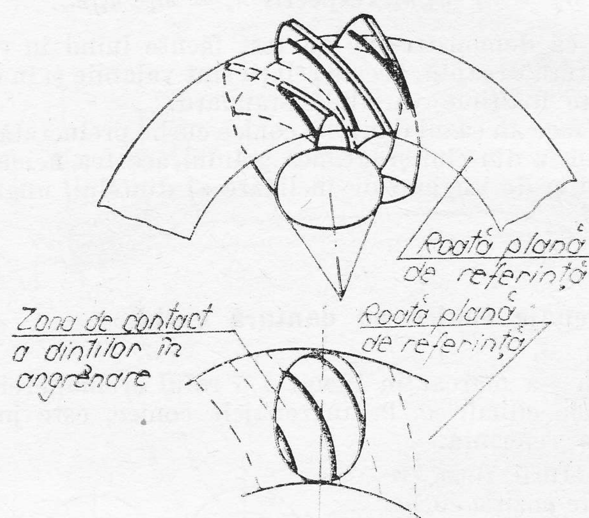


Fig. 2.15

În afară de aceasta, faţă de dantura dreaptă, însuşi distribuţia alunecărilor între profile şi secţiunile solicitate din dinte sînt mai favorabile la dantura curbă (fig. 2.16, *a*).

În ceea ce priveşte concentrarea tensiunilor şi în acest caz lucrurile se petrec mai favorabil la dantura curbă decît la cea dreaptă.

Astfel în fig. 2.16, *a* se poate vedea distribuţia forţelor de frecare prin alunecare la dantura dreaptă şi curbă iar în fig. 2.16, *b* distribuţia presiunii de contact la dantura dreaptă şi curbă în cursul deplasării elastice. Se constată că în cazul danturilor drepte neuniformitatea încărcării dintelui, datorită schimbării poziţiei roţilor sub sarcină, poate atinge valori foarte mari prin angrenare pe muchii.

Pentru contracararea acestui fenomen s-a introdus bombarea longitudinală a dinților, dar chiar și în cazul bombării solicitarea este mai favorabilă la dantura curbă, avînd în vedere orientarea curburii dinților în zona de contact, respectiv dublu convexă la dantura dreaptă și concav-convexă la dantura curbă.

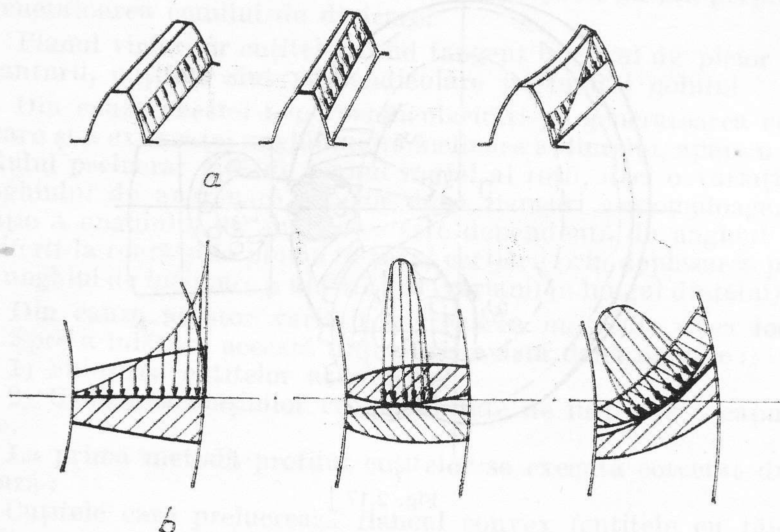


Fig. 2.16

O îmbunătățire a performanțelor roților dințate conice cu dinți drepți se produce în cazul cînd flancul dintelui este rectificat și bombat. Datorită dezavantajelor pe care le prezintă, folosirea danturii conice drepte se limitează la o viteză periferică de 5—8 m/sec. în funcție de clasa de precizie și o turație care nu depășește în general 1000 rot/min.

În cazul roților conice cu dinți curbi la clase de precizie ridicată (danturi rectificate și dinți bombați) se poate ajunge la viteze periferice de 30—40 m/sec.

Mărimea bombării în ambele cazuri se recomandă a fi de 0,05—0,1

2.3. Angrenaje conice cu dantură curbă în arc de cerc

2.3.1. Noțiuni generale

Roțile conice cu dantură curbă în arc de cerc, sînt roți dințate conice la care roata plană de referință are dintele dirijat după un arc de cerc.

Promotorul acestei danturi a fost firma Gleason, ceea ce explică denumirea de dantură Gleason folosită frecvent în practică.

Scula pentru prelucrarea acestui tip de roți este un cap portcuțite de frezat, pe care cuțitele sînt așezate după un cerc de rază egală cu raza de curbură a curbei directoare a dintelui de pe roata plană. În timpul

prelucrării roţii conice cu astfel de dantură, capul portcuţite execută o mişcare de rotaţie în jurul axei sale ω_1 (mişcarea de aşchiere) şi o rotaţie în jurul axei tamburului (leagănul) maşinii ω_2 (mişcarea de rostogolire), figura 2.17.

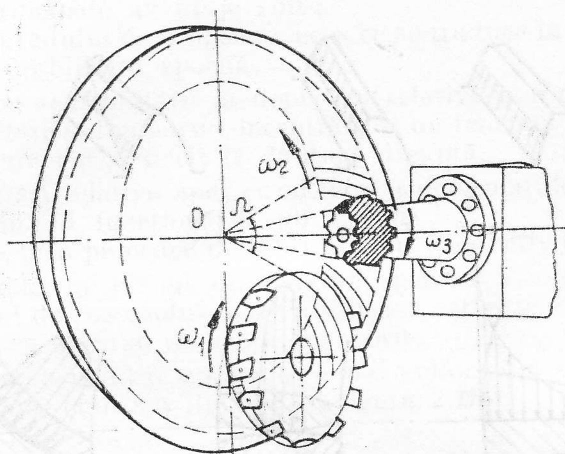


Fig. 2.17

Piesa de prelucrat are o mişcare de rotaţie ω_3 sincronizată cu mişcarea de rostogolire ω_2, în acest fel imitîndu-se angrenarea dintre roata plană şi roata de prelucrat, angrenare în timpul căreia cuţitele degajează materialul dintre dinţii semifabricatului.

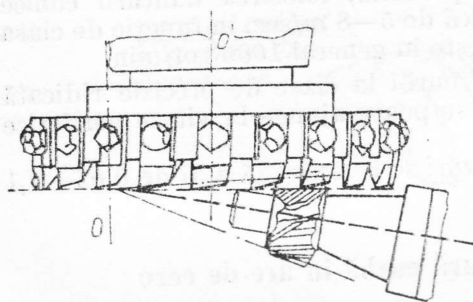


Fig. 2.18

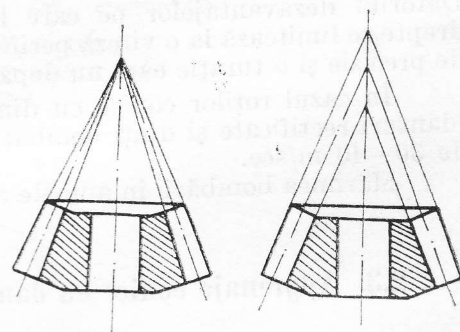


Fig. 2.19

După prelucrarea completă a unui dinte, (rotirea tamburului maşinii cu unghiul Ω), tamburul revine în poziţia iniţială.

În acest timp roata divizează cu un dinte prelucrarea realizîndu-se deci prin divizare dinte cu dinte.

În timpul prelucrării planul vîrfului cuţitelor este în mod obişnuit tangent la conul de fund al danturii.

După cum s-a văzut anterior există două tipuri de dantură conică curbă prezentate în figura 2.19 :

1) Dantură de înălţime variabilă.
2) Dantură de înălţime constantă.

Sistemul de dantură în arc de cerc foloseşte ambele tipuri de dantură, fiecare din ele prezentînd avantaje şi dezavantaje.

În cazul danturii conice în arc de cerc cu înălţime variabilă a dintelui la marea majoritate a maşinilor de danturat cuţitele nu sînt perpendiculare pe generatoarea conului de divizare.

Planul vîrfurilor cuţitelor fiind tangent la conul de picior (de fund) al danturii, cuţitele sînt perpendiculare pe fundul golului.

Din cauza acestei neperpendicularităţi pe generatoarea conului de divizare şi a existenţei unghiului de înclinare a dintelui, apare o asimetrie a golului prelucrat faţă de planul radial al roţii, deci o variaţie inegală a unghiului de angrenare a celor două flancuri antiomoloage. Această variaţie a unghiului de angrenare este dependentă de unghiul de picior θ_f (diferit la roată şi la pinion în cazul corijării prin deplasarea profilului) şi de unghiul de înclinare β al danturii (variabil în lungul dintelui).

Din cauza acestor variaţii angrenarea nu poate avea loc corect. Spre a înlătura această dificultate există două metode :

1) Folosirea cuţitelor asimetrice.
2) Utilizarea maşinilor cu posibilitate de înclinare a capului port-cuţite.

La prima metodă profilul cuţitelor se execută corectat după cum urmează :

Cuţitele care prelucrează flancul convex (cuţitele cu tăiere interioară) vor avea unghiul profilului (unghiul de presiune sau unghiul de angrenare) mai mare decît valoarea nominală, respectiv $\alpha + \Delta\alpha$, iar cele ce prelucrează flancul concav (cuţitele cu tăiere exterioară), mai mic, respectiv $\alpha - \Delta\alpha$.

Valoarea corecţiei $\Delta\alpha = \text{tg}\ \theta_f \sin \beta$ depinde de unghiul θ_f care este constant la o roată dată (diferit în majoritatea cazurilor între pinion şi roată) şi de unghiul de înclinare β al danturii, unghi variabil pe lăţimea roţii.

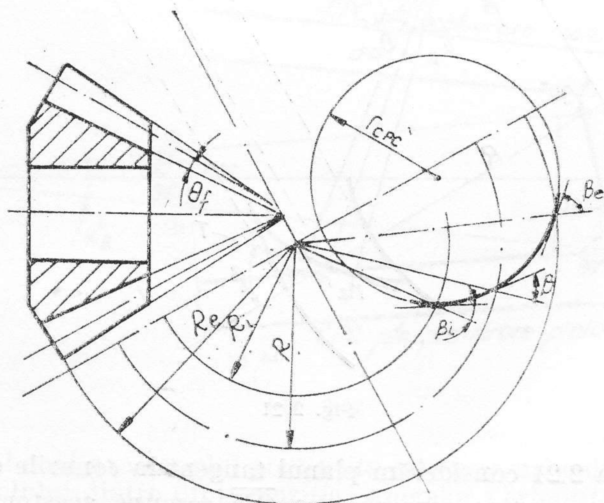


Fig. 2.20

O soluție interesantă în acest sens o reprezintă folosirea mașinilor cu capete înclinabile, metodă prin care se poate elimina nomenclatura complicată de scule necesare în cazul metodei cuțitelor asimetrice.

Totuși datorită faptului că unghiul de înclinare al capului portcuțite este la rîndul său variabil în diverse plane mai sînt necesare unele aproximații de calcul suplimentare.

Aceste mașini fiind de dată mai recentă și avînd o construcție mai complicată metoda cuțitelor asimetrice, mai veche, s-a generalizat și este folosită preponderent în momentul de față.

2.3.2. Bazele geometriei danturii conice în arc de cerc

După cum s-a precizat anterior din cauza poziției cuțitelor în raport cu generatoarea conului de divizare, la dantura de înălțime variabilă apare necesitatea unei corecții dependente de unghiul piciorului dintelui și unghiul de înclinare a dintelui.

Corecția are drept scop eliminarea abaterii unghiului de angrenare, abatere care afectează în mod diferit pinionul și roata.

Pentru a se elucida originea acestei abateri a unghiului de angrenare vom considera în figura 2.21 un angrenaj conic cu dantură curbă avînd înălțimea dintelui variabilă.

Unghiurile piciorului dinților vor fi θ_{f_1} la pinion și θ_{f_2} la roată suma acestor unghiuri fiind $u = \theta_{f_1} + \theta_{f_2}$.

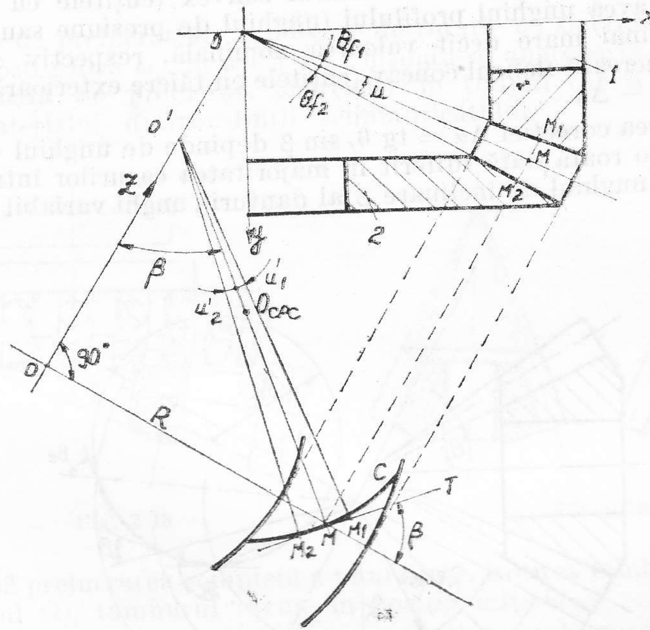


Fig. 2.21

În figura 2.21 considerăm planul tangent la conurile de referință a roților, plan ce conține generatoarea $\overline{OM}$ comună acestor două conuri. Acest plan fiind perpendicular pe planul desenului îl vom roti în jurul

dreptei $\overline{OM}$ astfel incit să ajungă în planul desenului, dreapta OM fiind chiar raza medie a roții plane.

Curba C este curba dintelui, iar β unghiul de inclinare al dintelui, definit ca unghiul între tangenta la curba C și raza roții plane în punctul mediu M al danturii.

Punctul O' este punctul de intersecție al perpendicularei în O pe rază cu normala în punctul M, deci intersecția cu dreapta perpendiculară pe tangenta T la curba dintelui în M.

Din triunghiul O'OM rezultă $\overline{O'M} = \overline{OM}/\sin\beta$.

Se observă că $\operatorname{tg}\theta_{f_1} = \overline{MM_1}/\overline{OM}$ și $\operatorname{tg}\theta_{f_2} = \overline{MM_2}/\overline{OM}$.

Întrucît θ_{f_1} și θ_{f_2} sînt unghiuri mici se poate admite :

$$\operatorname{tg}\theta_{f_1} \approx \theta_{f_1} \text{ radiani și } \operatorname{tg}\theta_{f_2} \approx \theta_{f_2} \text{ radiani.} \tag{2.28}$$

Segmentul M_1M_2 este perpendicular în M pe planul MOZ.

Unind punctul O' cu M_1 și M_2 se obține triunghiul $O'M_1M_2$ ce poate fi pus în evidență prin rotire în jurul axei $\overline{O'M}$ astfel ca punctele M_1 și M_2 să ajungă pe tangenta T.

Din triunghiurile $O'MM_1$ și $O'MM_2$ se poate deduce că :

$$\overline{O'M}\operatorname{tg}u_1' = \overline{MM_1} \text{ și } \overline{O'M}\operatorname{tg}u_2' = \overline{MM_2}, \text{ de unde :}$$

$$\operatorname{tg}u_1' = \overline{MM_1}/\overline{MO'} = \overline{MM_1}\sin\beta/\overline{OM} \text{ și } \operatorname{tg}u_2' = \overline{MM_2}/\overline{MO'} =$$

$$= \overline{MM_2}\sin\beta/\overline{OM}. \tag{2.29}$$

Și în acest caz unghiurile u_1' și u_2' fiind mici se poate admite : $\operatorname{tg}u_1' \approx u_1'$ radiani și $\operatorname{tg}u_2' \approx u_2'$ radiani, de unde :

$$u_1' = \operatorname{tg}\theta_{f_1}\sin\beta \text{ și } u_2' = \operatorname{tg}\theta_{f_2}\sin\beta. \tag{2.30}$$

Întrucît $\overline{O'M}$ este normală în punctul M, pe această dreaptă $\overline{O'M}$ se găsește centrul de rotație al capului portcuțite, respectiv O_{CPC}.

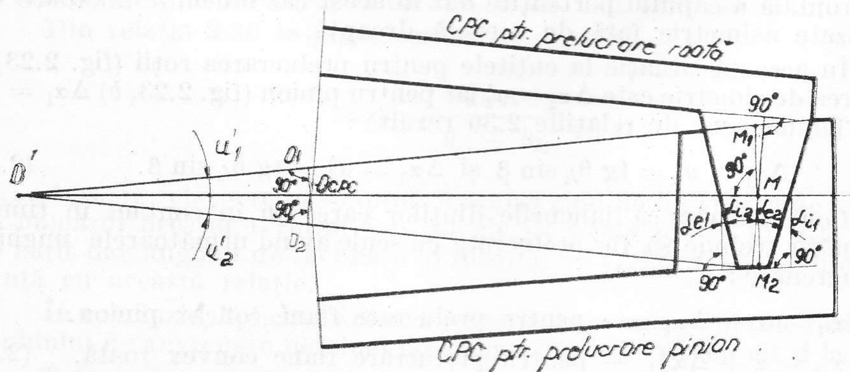


Fig. 2.22

În cazul cînd axa capului portcuțite este perpendiculară pe dreapta de fund a golului dintre dinți, poziția capetelor portcuțite pentru prelucrat roata și pinionul este cea arătată în figura 2.22.

Unghiurile muchiilor tăietoare ale cuțitelor față de dreapta M_1MM_2 perpendiculară pe planul de referință O'M (O'OM în fig. 2.21) trebuie să fie egale cu unghiul de angrenare α al danturii, unghi egal pentru toate muchiile tăietoare.

În realitate noi raportăm unghiurile muchiilor tăietoare la perpendiculara pe planul capului portcuțite în planul său radial.

Rezultă în acest fel unghiurile α_{e1} și α_{i1} la capul portcuțite pentru prelucrat pinionul și α_{e2}, α_{i2} la capul portcuțite pentru prelucrat roata.

Întrucît cuțitele celor două capete portcuțite trebuie să se suprapună ca în figura 2.22, se poate scrie :

$$\alpha_{e1} + \alpha_{i1} = \alpha_{i2} + \alpha_{e2} = 2\alpha, \text{ de unde rezultă :}$$

$$\alpha_{i1} - \alpha_{e2} = \alpha_{i2} - \alpha_{e1} = u'_1 + u'_2 = (\theta_{f_1} + \theta_{f_2}) \sin \beta. \qquad (2.31)$$

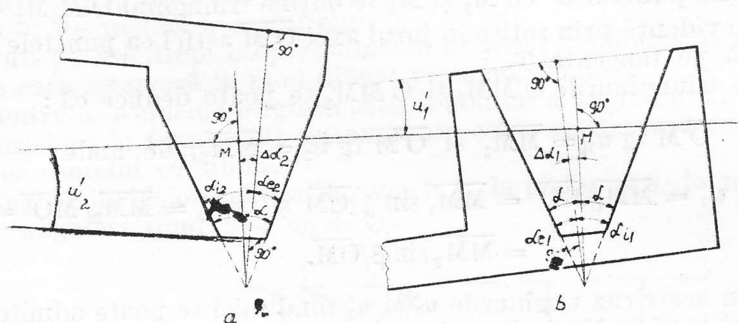


Fig. 2.23

Se vede din figura 2.23 că unghiul 2α al profilului trapezoidal al sculei, avînd α considerat față de perpendiculara pe roata plană în M, se menține tot 2α și în cazul cînd ne raportăm la perpendiculara pe suprafața frontală a capului portcuțite dar în acest caz muchiile tăietoare vor fi așezate asimetric față de această dreaptă.

În această situație la cuțitele pentru prelucrarea roții (fig. 2.23, *a*) abaterea de simetrie este $\Delta\alpha_2 = u'_2$ iar pentru pinion (fig. 2.23, *b*) $\Delta\alpha_1 = u'_1$.

Ținînd cont de relațiile 2.30 rezultă :

$$\Delta\alpha_1 = u'_1 = \operatorname{tg} \theta_{f_1} \sin \beta \text{ și } \Delta\alpha_2 = u'_2 = \operatorname{tg} \theta_{f_2} \sin \beta. \qquad (2.32)$$

Concluzionăm că flancurile dinților care vin în contact în timpul angrenării trebuie să fie prelucrate cu scule avînd următoarele unghiuri de angrenare :

$$\begin{cases} \alpha_{e1} = \alpha - \Delta\alpha_1 & \text{— pentru prelucrare flanc concav pinion.} \\ \alpha_{i2} = \alpha + \Delta\alpha_2 & \text{— pentru prelucrare flanc convex roată.} \end{cases} \qquad (2.33)$$

$$\begin{cases} \alpha_{i1} = \alpha + \Delta\alpha_1 & \text{— pentru prelucrare flanc convex pinion.} \\ \alpha_{e2} = \alpha - \Delta\alpha_2 & \text{— pentru prelucrare flanc concav roată.} \end{cases} \qquad (2.34)$$

Din aceste relații rezultă că abaterile $\Delta\alpha$ pe flancurile conjugate sînt de semne contrare și în general diferite ca mărime la pinion și roată datorită diferenței care există între unghiurile de picior ale dinților.

Relațiile 2.32 ne arată că abaterile nu depind de modul ci numai de unghiul de picior și unghiul de înclinare al dinților.

Pentru a se simplifica nomenclatura de scule, în locul valorilor $\Delta\alpha_1$ și $\Delta\alpha_2$ se folosește o valoare medie comună ambelor roți, de unde rezultă :

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2}{2} = \frac{\theta_{f_1} + \theta_{f_2}}{2} \sin\beta \text{ radiani.} \tag{2.35}$$

Din această relație se definește numărul cuțitului, adică elementul prin care se precizează scula necesară unei anumite corecții.

$$N = \frac{\Delta\alpha}{10} = \frac{\theta_{f_1} + \theta_{f_2}}{20} \sin\beta. \tag{2.36}$$

În această formulă unghiurile θ_{f_1} și θ_{f_2} se exprimă în minute.

Explicația apariției cifrei 10 constă în transformarea radianilor în minute. Prin această transformare la valorile curente a unghiurilor θ_{f_1} și θ_{f_2} precum și a unghiului de înclinare β se obțin cifre de ordinul zecilor și sutelor și pentru aceasta valoarea obținută se împarte cu 10.

Această corecție a flancului cuțitelor se numește corecție de număr deoarece precizarea cuțitelor cu diverse corecții se face prin numere, respectiv 0; 1; $1\frac{1}{2}$; 2; $2\frac{1}{2}$; 3; $3\frac{1}{2}$; pînă la 32, calculîndu-se unghiul de corecție cu formula $\Delta\alpha = 10N$, unde N este numărul cuțitului, iar $\Delta\alpha$ rezultă în minute.

Dacă spre exemplu unghiul de presiune nominal este $\alpha = 20°$ iar numărul cuțitului $N = 7\frac{1}{2}$ atunci $\Delta\alpha = 10 \cdot 7{,}5 = 75' = 1°15'$ unghiul de presiune al cuțitelor cu tăiere interioară fiind $\alpha_i = 20° + 1°15' = 21°15'$ iar al cuțitelor cu tăiere exterioară $\alpha_e = 20° - 1°15' = 18°45'$.

Din relația 2.36 se poate scrie :

$$\sin\beta = \frac{20N}{\theta_{f_1} + \theta_{f_2}}. \tag{2.37}$$

Această relație indică faptul că atunci cînd nu dispunem de un cuțit cu numărul necesar rezultat din calcule, se poate utiliza un alt număr de cuțit dar unghiul de înclinare al dinților va trebui realizat în concordanță cu această relație.

În concluzie, aplicînd această corecție de număr se obține realizarea unghiului de angrenare nominal fără abateri atît la pinion cît și la roată.

Totuși examinînd relația 2.35 se observă că $\Delta\alpha$ depinde de unghiul de înclinare β, respectiv spre a fi valabilă această corecție pe întreaga lungime a dintelui este necesar ca unghiul de înclinare β să fie constant pe întreaga lungime a dintelui.

Mărimea acestui unghi de înclinare se poate determina din figura 2.24. În această figură s-a notat cu β unghiul de înclinare în punctul mediu al danturii, cu r_{CPC} raza capului portcuțite (în planul roții plane de refe-

rinţă) şi cu R lungimea mediană a generatoarei conului de divizare, respectiv R_e lungimea exterioară şi R_i lungimea interioară, lungimi care corespund cu razele mediană, exterioară şi interioară a roţii plane de referinţă.

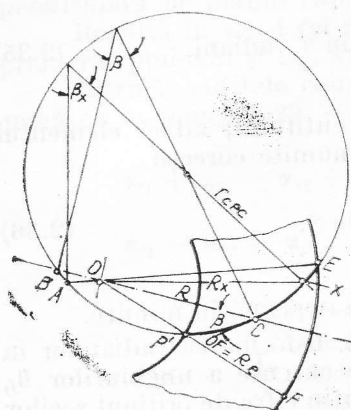


Fig. 2.24

Se notează β_x unghiul de înclinare a danturii într-un punct oarecare al dintelui, de unde se poate scrie:

$$\overline{AX} = 2r_{CPC} \sin \beta_x \text{ respectiv } \overline{BC} = 2r_{CPC} \sin \beta.$$

$$\overline{AO} = \overline{AX} - \overline{OX} = 2r_{CPC} \sin \beta_x - R_x.$$

$$\overline{BO} = \overline{BC} - \overline{OC} = 2r_{CPC} \sin \beta - R.$$

Întrucît $\overline{AO} \cdot \overline{OX} = \overline{BO} \cdot \overline{OC}$;

$$R_x(2r_{CPC} \sin \beta_x - R_x) = R(2r_{CPC} \sin \beta - R),$$

de unde rezultă:

$$\sin \beta_x = [R_x + R(2r_{CPC} \sin \beta - R)/R_x]/2r_{CPC}. \quad (2.38)$$

Din relaţia 2.38 se poate scrie:

$$\sin \beta_e = [R_e + R(2r_{CPC} \sin \beta - R)/R_e]/2r_{CPC}, \quad (2.39)$$

$$\sin \beta_i = [R_i + R(2r_{CPC} \sin \beta - R)/R_i]/2r_{CPC}.$$

Se observă că $\beta_e \neq \beta_i$ deci unghiul de înclinare variază în lungul dintelui.

Revenind la corecţia unghiului de angrenare necesară conform relaţiei 2.35 şi care se aplică cuţitelor, se vede că aceasta este valabilă numai pentru un punct de pe dinte (respectiv se alege punctul mediu al danturii) spre capete fiind necesare alte corecţii din cauza variaţiei unghiului de înclinare.

Întrucît cuţitele nu pot fi executate sau aşezate în aşa fel ca unghiul flancului să fie variabil, unghiul de angrenare se va modifica spre capetele dintelui şi aceasta va duce în angrenare la apariţia fenomenului numit contact diagonal, fenomen care se manifestă prin aceea că pata de contact se aşează diagonal pe dinte în mod diferit pe flancul concav faţă de cel convex.

(În literatura tehnică în limba engleză acest fenomen este denumit „biais").

Aceasta explică de ce la un moment dat s-a căutat să se folosească pentru curba directoare a dinţilor spirala logaritmică.

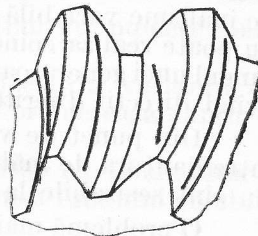
Această curbă avînd unghiul de înclinare al tangentei faţă de raza polară constant, elimină variaţia unghiului β şi deci indirect contactul diagonal.

Un timp s-a recomandat folosirea capetelor portcuţite cu raze mari de curbură, în acest caz arcul de cerc al dintelui aproximînd mai bine

arcul de spirală logaritmică corespunzător danturilor uzuale, recomandare la care totuşi s-a renunţat din unele considerente privind poziţia petei de contact cît şi din motive economice.

Au fost preferate capete portcuţite cu raze mai mici găsindu-se alte modalităţi de eliminare a contactului diagonal.

În acest sens există mai multe metode. Cele mai utilizate sînt metoda schimbării conului de rostogolire şi metoda deplasărilor hipoide, metode posibil de aplicat pe toate maşinile destinate acestei prelucrări.


Fig. 2.25

În afară de aceste două metode mai există metoda mişcării elicoidale a piesei de prelucrat şi metoda modificării mişcării de rostogolire a leagănului maşinii, ambele metode presupun însă mecanisme speciale care nu se găsesc pe toate maşinile de danturat conic curb.

O soluţie radicală în această privinţă o constituie folosirea dinţilor cu înălţime constantă.

Întrucît la acest tip de dantură generatoarea conului de picior este paralelă cu generatoarea conului de divizare, cuţitele se aşează perpendicular pe generatoarea conului de divizare şi în acest fel dispare asimetria golului dintre dinţi deci dispare necesitatea corecţiei de număr.

În acest caz toate cuţitele se execută cu unghiul flancului identic cu unghiul de angrenare nominal al roţilor de prelucrat (respectiv numărul cuţitului $N = 0$) şi automat dispare şi problema contactului diagonal.

Avînd în vedere acest avantaj al dinţilor de înălţime constantă, sistemele de danturat cu divizare continuă, Spiromatic (Oerlikon), Paloidal şi Cyclopaloidal (Klingelnberg), utilizează numai acest tip de dinţi.

Fenomenul contactului diagonal la dantura de înălţime variabilă este foarte complex incluzînd în sine atît problema asimetriei care duce la variaţii ale unghiului de angrenare de care s-a amintit anterior, cîtşi faptul că roţile plane care generează roţile componente ale angrenajului nu se pot realiza în coincidenţă.

Este evident că atît pinionul cît şi roata trebuie să fie generate cu aceiaşi roată plană, sau altfel spus, roata plană care generează pinionul trebuie să se suprapună exact peste roata plană care generează roata aşa cum se suprapun două cuplaje cu dinţi frontali.

În figura 2.26 a se vede că în cazul danturii de înălţime constantă capetele portcuţite (1 pentru prelucrarea pinionului şi 2 pentru prelucrarea

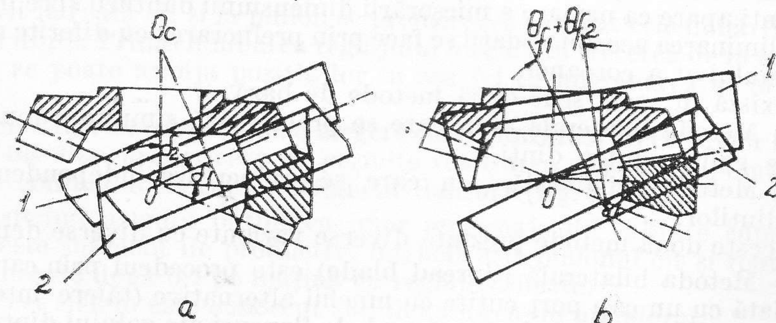


Fig. 2.26

roţii) şi care generează roata plană, respectiv o pereche de flancuri în angrenare, pot realiza suprafeţele conice ale flancului dintelui roţii plane astfel încît să se suprapună exact unul peste altul. La angrenajul cu dinţi de înălţime variabilă aşezarea celor două capete de danturat (fig. 2.26 b) nu poate realiza coincidenţa celor două flancuri ale roţilor plane decît în lungul unei generatoare, în rest suprafeţele flancului dintelui roţii plane avînd direcţii diferite.

Din punct de vedere al capacităţii de încărcare, practic diferenţele între dantura de înălţime variabilă standard şi cea cu înălţime constantă nu sînt sesizabile la aceiaşi lăţime a danturii.

O problemă mai dificilă la prelucrarea danturii cu înălţime constantă este subtăierea (interferenţa) mai pronunţată care apare la prelucrarea pinioanelor cu numere mici de dinţi în zona dinspre interiorul roţii plane şi care trebuie înlăturată printr-o deplasare a profilului judicios aleasă.

2.3.3. Noţiuni privind prelucrarea danturii conice în arc de cerc

În cazul danturii în arc de cerc se folosesc în prezent atît roţi cu dinţi de înălţime variabilă, cît şi roţi cu dinţi de înălţime constantă. În ambele cazuri la tăierea roţii şi a pinionului condiţiile teoretice ale angrenării impun ca suprafeţele generatoare ale flancurilor conjugate să aibă aceiaşi poziţie pe roata plană.

Acest lucru nu poate fi realizat prin prelucrarea în acelaşi mod a roţii şi a pinionului.

Simplificat acest fenomen poate fi explicat în modul următor.

Dacă examinăm o roată dinţată conică, se constată că în zona diametrului mare există un pas p_e iar în zona diametrului mic un pas p_i şi unde $p_e > p_i$. Există deci o îngustare fundamentală a dintelui şi a golului ca urmare a diferenţei de pas.

Cuţitele dispuse pe capul port cuţite taie însă un gol de lăţime constantă deci corespunzător dintele rămîne cu grosime variabilă atît la roată cît şi la pinion.

Întrucît dintele pinionului angrenează în golul dintre dinţii roţii este vizibil că un dinte de grosime variabilă va trebui să lucreze într-un gol de lăţime constantă.

Fenomenul există şi la dantura de înălţime constantă şi la înălţime variabilă standard, cu toate că în acest ultim caz o îngustare a golului între dinţi apare ca urmare a micşorării dimensiunii danturii spre interior.

Eliminarea acestei situaţii se face prin prelucrarea cu diferite metode a pinionului şi a coroanei.

Există în acest sens două metode de bază.

1) Metoda bilaterală — în care se prelucrează simultan două flancuri ale golului între dinţi.

2) Metoda unilaterală — în care se prelucrează independent flancurile dinţilor.

Aceste două metode prezintă diverse variante cu diverse denumiri :

— Metoda bilaterală (Spread blade) este procedeul prin care piesa este tăiată cu un cap port cuţite cu muchii alternative (tăiere interioară, tăiere exterioară) care prelucrează ambele flancuri ale golului dintre dinţi simultan.

Lărgimea golului între dinți este constantă și determinată de decalajul muchiilor tăietoare în sens radial (distanța care separă cercurile concentrice descrise de vîrful muchiilor tăietoare).

Această metodă se utilizează pentru tăierea roților cu numere mai mari de dinți.

— Metoda bilaterală cu rotire (Single setting) este o variantă a metodei bilaterale care se utilizează în special cînd se prelucrează danturi cu modul mare.

Capul portcuțite în acest caz este realizat cu cuțite cu tăiere alternativă iar decalajul cuțitelor este mai mic decît lățimea fundului golului între dinți.

O primă trecere la toți dinții se face exact ca la metoda bilaterală obișnuită apoi piesa este rotită astfel ca la trecerea a doua să se finiseze al doilea flanc.

— Metoda unilaterală (Single Side) este un procedeu prin care se taie separat flancurile dinților, cu reglaje diferite ale mașinii, folosind două capete portcuțite echipate fiecare cu cuțite de tăiere interioară și exterioară.

Decalajul cuțitelor este inferior lățimii minime a golului între dinți. Deși raza capului portcuțite pe roata plană, nominal este aceiași, pentru ambele flancuri sînt necesare două capete portcuțite, întrucît unul este reglat cu această rază la cuțitele cu tăiere exterioară (taie flancul concav), iar al doilea are reglată raza la cuțitele cu tăiere interioară (taie flancul convex).

Această metodă este utilizată în principal la prelucrarea pinioanelor.

— Metoda unilaterală de serie (Fixed setting) este o variantă a metodei unilaterale (Single side) la care se folosesc două capete portcuțite echipate unul numai cu cuțite cu tăiere exterioară pentru flancul concav și unul numai cu tăiere interioară pentru flancul convex. Prelucrarea celor două flancuri se face separat necesitînd în prealabil degroșare executată prin metoda bilaterală.

Prelucrarea unei piese se face pe trei mașini : degroșare, finisare flanc concav și finisare flanc convex, fără a se mai schimba reglajele, trecînd piesa de pe o mașină pe alta.

Prelucrarea unui angrenaj (roată + pinion) se face prin combinarea metodelor descrise anterior într-unul din următoarele sisteme :

1. Unilateral — Unilateral.
(roată) (pinion)

Atît la roată cît și la pinion se prelucrează separat cele două flancuri ale unui dinte. Prin schimbarea reglajului mașinii la trecerea de la un flanc la altul se poate aranja poziția lor în așa fel ca angrenarea să aibă loc corect.

Acest lucru face posibilă o alegere corespunzătoare a centrelor arcelor de cerc ale flancurilor, ceea ce permite realizarea unor dinți bombați cu pata de contact localizată pe flancul danturii (fig. 2.27).

Sistemul asigură obținerea unor angrenaje de calitate superioară dar nu este suficient de productiv, întrucît atît pinionul cît și roata trebuie prinse de două ori pe mașină cu reglaje diferite.

Acest sistem este cunoscut sub denumirea de unilateral.

2. Bilateral — Unilateral.
(roată) (pinion)

Se prelucrează dintr-o singură prindere cu un singur reglaj al mașinii ambele flancuri ale unui gol al roții, cu un cap portcuțite cu tăiere alternativă, pinionul prelucrîndu-se separat pe fiecare flanc cu două capete portcuțite și două reglaje diferite.

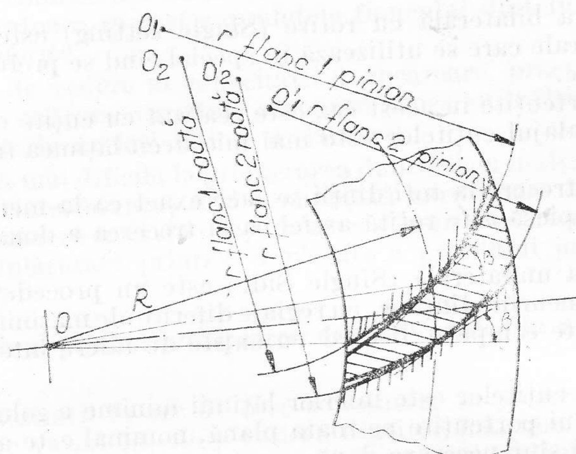


Fig. 2.27

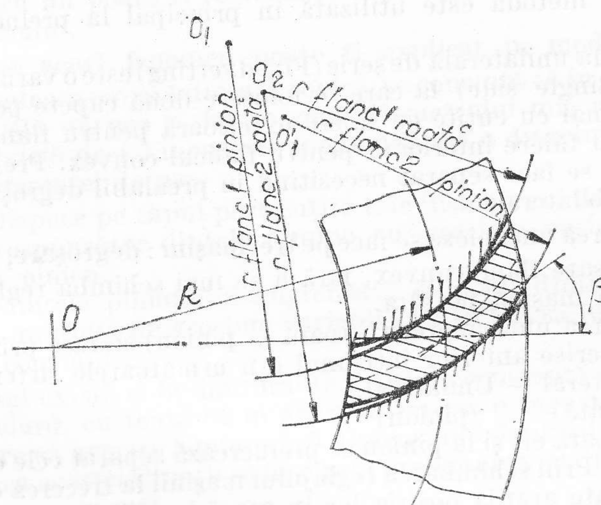


Fig. 2.28

Sistemul este mai productiv decît precedentul dată fiind necesitatea de a prelucra din două prinderi numai pinionul, care are în general un număr mai redus de dinți decît roata.

Și în acest caz se poate localiza pata de contact prin alegerea corespunzătoare a razelor flancurilor pinionului(fig. 2.28).

Această a doua metodă principală, denumită bilaterală simplă, asigură prelucrarea unor angrenaje de bună calitate.

În afară de aceste metode, pentru module mici, m $\leqslant$ 2,5, se folosește metoda dublă bilaterală (Duplex Spread Blade), prin care atît roata cît și pinionul se prelucrează dintr-o singură prindere, pe ambele flancuri, cu capete portcuțite cu tăiere bilaterală.

Metoda este aproximativă, totuși este aplicabilă în cazul modulelor mici și a unor angrenaje mai puțin pretențioase.

Toate aceste sisteme au apărut din dorința de a mări productivitatea, precizia angrenajului și tipizarea calculelor de reglaj, care în toate cazurile sînt destul de complexe.

La toate metodele indicate mai sus atît la pinion cît și la roată orma dintelui se obține prin generare cu roată plană de referință (metoda fuletei) și cu divizare intermitentă dinte cu dinte.

Din dorința de a se mări productivitatea au fost dezvoltate și sisteme în care dinții roții nu se mai obțin prin rostogolire ci numai prin copierea profilului trapezoidal al cuțitelor, metodă cunoscută sub denumirea „FORMATE".

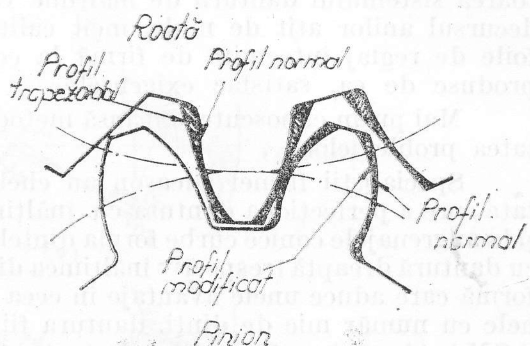


Fig. 2.29

Acest lucru este posibil la numere mari de dinți cînd curbura mică a evolventei face ca profilul dintelui să se apropie de profilul trapezoidal.

Profilul pinionului se prelucrează în acest caz prin generare cu rotosgolire dar cu profil modificat.

Modificarea profilului se obține printr-un mecanism special de modificare, la mașinile care lucrează prin metoda ruletei, sau prin materializarea profilului roții pereche înclinînd capul portcuțite la mașinile care lucrează prin metoda suprafețelor înfășurătoare, realizînd în acest mod o roată conică generatoare.

Acest tip de dantură în arc de cerc denumită și semiînfășurată este folosit cu precădere la angrenajele care au roata cu număr mare de dinți și rapoarte de transmitere mult diferite de 1 (unu), prelucrate în serii mari și foarte mari.

După cum se știe mașinile de danturat cu divizare continuă (Spiromatic, Cyclopaloid și Paloid) nu prezintă această problemă a dispunerii flancului, aceasta făcîndu-se automat, în timpul divizării continue, în același mod la pinion și la roată, prelucrarea executîndu-se dintr-o singură prindere pe mașină.

Cu toate complicațiile enumerate, sistemul danturii conice în arc de cerc (atît cu înălțime variabilă cît și constantă a dinților) prezintă marele avantaj de a fi singurul tip de dantură conică curbă care se poate rectifica ceea ce îi conferă o utilizare preferențială în toate cazurile unde este necesară o precizie cinematică ridicată (mașini unelte) sau o funcționare lipsită la maximum posibil de zgomot și vibrații (tehnică spațială).

În cazurile de tehnică generală unde precizia angrenajului se poate admite mai scăzută se folosesc sistemele cu divizare continuă.

Trebuie menționat că în cazul sistemelor cu divizare continuă precizia de prelucrare prin frezare este ridicată, dar aceste sisteme nu mai au posibilitatea de a corecta erorile introduse de tratamentul termic decît prin rodare, metodă care nu poate duce însă la o precizie cinematică superioară.

Din cele expuse trebuie reținut că dantura cu înălțime constantă a dintelui este matematic exactă, ceea ce conduce la o execuție mai simplă (calcule și reglaje) decît dantura cu înălțime variabilă, care, fiind rezultatul unui șir de aproximații pentru realizarea conjugării corecte a profilelor, necesită rezolvarea unui număr mult mai mare de probleme de calcul și reglaj.

Metodele de calcul și reglaj puse la punct de firma Gleason promotoarea sistemului danturii de înălțime variabilă au fost perfecționate în decursul anilor atît de mult, încît calitativ angrenajele obținute după foile de reglaj întocmite de firmă la comandă, pentru mașinile unelte produse de ea, satisfac exigențele.

Mai puțin cunoscute sînt însă metodele de calcul dat fiind complexitatea problemelor.

Specialiștii firmei Gleason au cheltuit multă energie și ingeniozitate spre a perfecționa dantura cu înălțime variabilă, dorind să păstreze și la angrenajele conice curbe forma dintelui obișnuită la angrenajele conice cu dantură dreaptă (respectiv înălțimea dintelui proporțională cu modulul), formă care aduce unele avantaje în ceea ce privește subtăierea la pinioanele cu număr mic de dinți, dantura fiind și standardizată în 1922 de AGMA (American Gear Manufactures Association) atunci cînd dantura cu înălțime constantă era încă practic necunoscută.

Urmare a răspîndirii danturii conice cu înălțime constantă firma Gleason a introdus în nomenclatorul său începînd cu anul 1965 și dantura de înălțime constantă sub denumirea de sistemul EQUIDEP pentru generarea în sistem clasic prin metoda ruletelor, iar în cazul generării prin metoda suprafețelor înfășurătoare sistemul EQUICURV omologul sistemului FORMATE de la dantura cu înălțime variabilă a dintelui, dar recomandă folosirea danturii de înălțime variabilă în formă modificată în care linia fundului danturii nu trece prin vîrful conului de divizare.

Acest tip de dantură aduce unele avantaje privind optimizarea formei dintelui în cazul prelucrării prin metoda bilaterală, iar în cazul modulelor mici permite folosirea la prelucrare a metodei duble bilaterale.

2.3.4. Noțiuni privind pata de contact

Conform STAS 6460-81, pata de contact reprezintă porțiunea de pe flancul dintelui roții pe care se află urmele contactului cu flancul dintelui conjugat cînd cele două roți angrenează cu joc în poziția nominală sau de exploatare, una din roți fiind frînată ușor.

După cum s-a precizat anterior la capitolul 2.2 pata de contact între dinții în angrenare se deplasează sub sarcină, față de poziția ocupată în gol, ca urmare a deformărilor elastice a carcasei angrenajului, a arborilor și chiar a roților însăși.

Un rol hotărîtor asupra direcției în care se deplasează pata de contact în lungul dintelui îl are mărimea razei de curbură a dintelui în sens

longitudinal, respectiv raza de curbură a curbei directoare pe roata plană, [18].

Figura 2.30 prezintă schematic modul în care se deplasează punctul de contact (centrul petei de contact) în funcție de mărimea razei de curbură, pozițiile *a*, *c*, *e*, reprezentînd contactul dinților în gol, iar pozițiile *b*, *d*, *f*, contactul dinților sub sarcină.

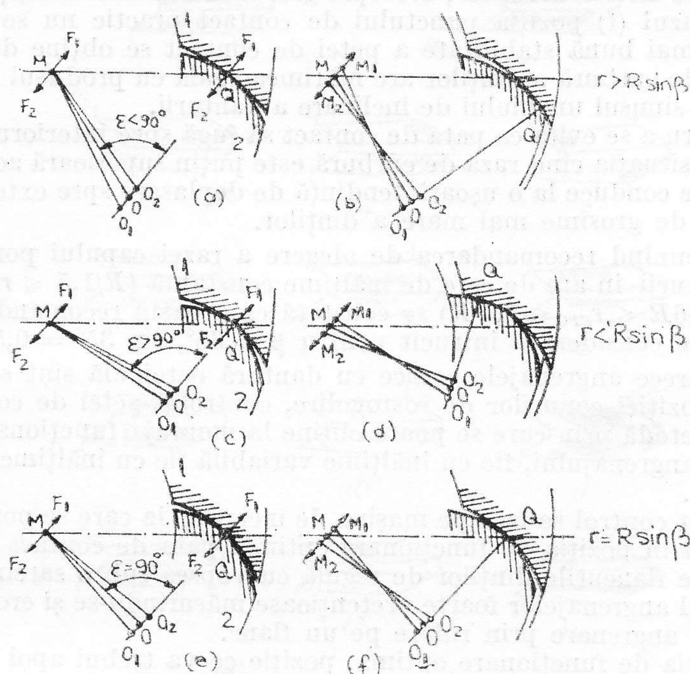


Fig. 2.30

În această figură, 1 reprezintă dintele pinionului, 2 dintele roții, M centrul roții plane de referință, centru în care se găsesc și vîrfurile conurilor de referință a roților în gol.

În sarcină sub acțiunea reacțiunilor F_1 și F_2 vîrfurile conurilor de referință a roților, respectiv M_1 și M_2, precum și punctul de contact Q, prezintă deplasări ca în fig. 2.30, *b*, *d*, *f*.

Punctul O reprezintă poziția teoretică a centrului de curbură a dinților pentru cazul cînd nu există bombaj (raze de curbură egale) iar O_1 și O_2 sînt centrele de curbură pentru cazul real al dinților bombați. Pentru ca pata de contact să fie localizată raza de curbură a flancului concav cu centrul în O_1 este mai mare decît raza de curbură a flancului convex cu centrul în O_2.

Dacă $R = \overline{MQ}$ este raza roții plane, iar raza de curbură în punctul de contact $r = \overline{OQ}$, se vede din aceste scheme că în cazul (a) cînd $r > R \sin\beta$ unghiul $\varepsilon < 90°$.

În cazul (c) cînd $r < R \sin\beta$ unghiul $\varepsilon > 90°$, iar în cazul (e) cînd $r = R \sin\beta$ unghiul $\varepsilon = 90°$, β fiind unghiul de înclinare a danturii în punctul mediu al roții plane.

Întrucît distanțele $\overline{M_1O_1}$ și $\overline{M_2O_2}$ sînt distanțe ce aparțin roților, sub sarcină ele nu își modifică mărimea ci numai poziția.

Cu aceste elemente s-a stabilit că în cazul (b) poziția centrelor O_1 și O_2 fuge de așa manieră încît punctul de contact Q tinde a se deplasa spre exteriorul roților adică spre zona de grosime mai mare a dinților.

În cazul (d) tendința este inversă, adică punctul de contact se va deplasa spre interiorul roților, deci spre grosimea mai mică a dinților.

În cazul (f) poziția punctului de contact practic nu se schimbă.

Cea mai bună stabilitate a petei de contact se obține deci atunci cînd raza de curbură a dinților are mărimea egală cu produsul razei roții plane prin sinusul unghiului de înclinare a danturii.

Pentru a se evita ca pata de contact să fugă spre interiorul danturii se preferă situația cînd raza de curbură este puțin superioară acestui produs ceea ce conduce la o ușoară tendință de deplasare spre exterior adică spre zona de grosime mai mare a dinților.

Examinînd recomandarea de alegere a razei capului portcuțite în cazul danturii în arc de cerc de înălțime constantă ($R/1{,}5 \leqslant r_{CPC} \leqslant 1{,}5R$ sau $0{,}66666R \leqslant r_{CPC} \leqslant 1{,}5\,R$) se constată că această recomandare are la bază aceste considerații întrucît pentru $\beta = 35°$, $\sin 35° = 0{,}57358$.

Deoarece angrenajele conice cu dantură octoidală sînt sensibile la variația poziției conurilor de rostogolire, controlul petei de contact este singura metodă prin care se poate obține la montaj o funcționare cît mai corectă a angrenajului, fie cu înălțime variabilă fie cu înălțime constantă a dintelui.

Acest control se face pe mașina de încercat, la care se poate realiza angrenarea în poziția de funcționare optimă, pata de contact materializîndu-se pe flancurile dinților de regulă cu vopsea sub o sarcină ușoară, iar în cazul angrenajelor foarte pretențioase măsurîndu-se și eroarea cinematică de angrenare prin rulare pe un flanc.

Poziția de funcționare optimă, poziție ce va trebui apoi reprodusă la montaj, se stabilește după cum se vede din figura 2.31 prin cotele de montaj, respectiv, *b* distanța de montaj a pinionului, *c* distanța de montaj a roții și *a* deplasarea hipoidă.

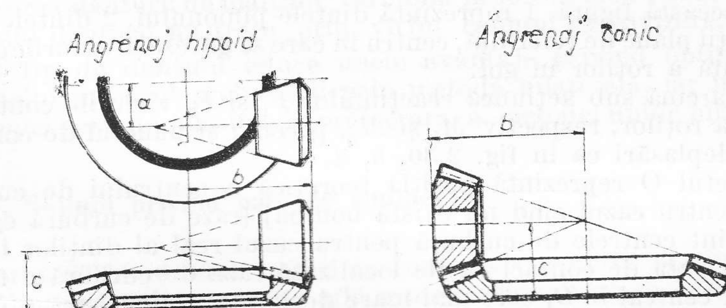


Fig. 2.31

Petele de contact care se pot obține la angrenare în poziția inițială sînt reprezentate în figura 2.32.

1) Pata de contact corectă sub sarcină ușoară. Pată situată în lungime pe cca. 1/2 din dinte, spre capătul mai subțire (de modul mai mic) al dintelui și depășind puțin centrul dintelui.

2) Pata de contact corectă sub sarcina de lucru.

În pozițiile 3...8 este reprezentată influența unor abateri geometrice principale asupra poziției petei de contact.

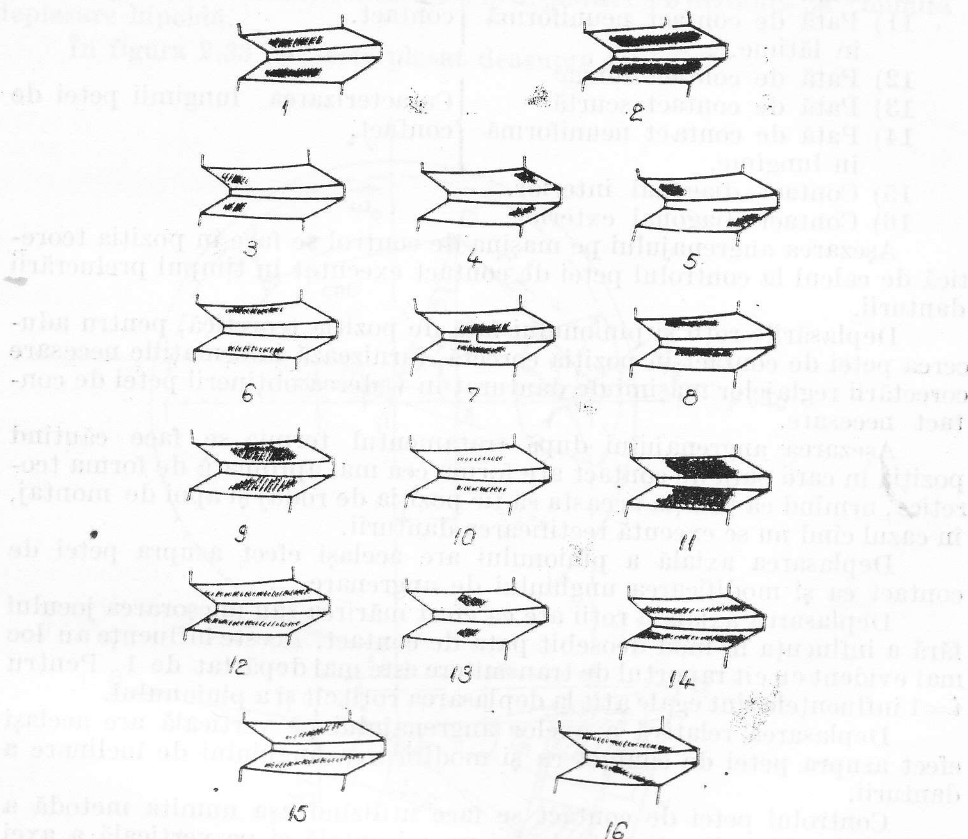


Fig. 2.32

3) Pata de contact plasată la capătul subțire al dintelui. 4) Pata de contact scurtă plasată la capătul gros al dintelui. 5) Pata de contact scurtă plasată incrucișat.	Unghiul de inclinare al flancurilor conjugate, diferit.
6) Pata de contact plasată simetric la baza dintelui. 7) Pata de contact plasată simetric la vîrful dintelui 8) Pata de contact plasată asimetric la bază pe un flanc și la vîrf pe al doilea.	Unghiul de angrenare al flancurilor conjugate, diferit.

În pozițiile 9...16 sînt reprezentate formele petei de contact obținute în mod obișnuit ca urmare a diverselor erori de execuție sau de tratament termic.

9) Pată de contact lată.
10) Pată de contact îngustă.
11) Pată de contact neuniformă în lățime.

} Caracterizarea lățimii petei de contact.

12) Pată de contact lungă
13) Pată de contact scurtă
14) Pată de contact neuniformă în lungime.

} Caracterizarea lungimii petei de contact.

15) Contact diagonal interior.
16) Contact diagonal exterior.

Așezarea angrenajului pe mașina de control se face în poziția teoretică de calcul la controlul petei de contact executat în timpul prelucrării danturii.

Deplasările roții și pinionului față de poziția teoretică, pentru aducerea petei de contact în poziția corectă, furnizează informațiile necesare corectării reglajelor mașinii de danturat în vederea obținerii petei de contact necesare.

Așezarea angrenajului după tratamentul termic se face căutînd poziția în care pata de contact are forma cea mai apropiată de forma teoretică, urmînd ca poziția aceasta să fie poziția de rodaj și apoi de montaj, în cazul cînd nu se execută rectificarea danturii.

Deplasarea axială a pinionului are același efect asupra petei de contact ca și modificarea unghiului de angrenare.

Deplasarea axială a roții are ca efect mărirea sau micșorarea jocului fără a influența în mod deosebit pata de contact. Aceste influențe au loc mai evident cu cît raportul de transmitere este mai depărtat de 1. Pentru $i=1$ influențele sînt egale atît la deplasarea roții cît și a pinionului.

Deplasarea relativă a axelor angrenajului pe verticală are același efect asupra petei de contact ca și modificarea unghiului de înclinare a danturii.

Controlul petei de contact se face utilizînd așa numita metodă a deplasărilor H și V adică deplasări pe orizontală și pe verticală a axei pinionului.

2.4. Bazele prelucrării roților dințate conice cu dantură curbă în arc de cerc prin metoda ruletei

În cele ce urmează sînt expuse relațiile generale pe baza cărora se pot determina reglajele mașinii de danturat ce realizează roata plană generatoare, fără a se intra în detaliile necesitate de diversele metode de prelucrare.

În figura 2.33 se prezintă schema așezării pe mașină a capului portcuțite (CPC) și a piesei de prelucrat.

Axul de rotație al leagănului (tamburul) mașinii trece prin punctul O, axele orizontală și verticală fiind OH și OV.

Punctul C reprezintă axa de rotație a capului port cuțite, iar în figura de față fiind deasupra axei OH, dantura care se va prelucra rezultă cu direcția spirei pe dreapta.

Pentru aceiaşi dantură dar pe stînga punctul P′ de pe roata plană generatoare (imaginară) trebuie să ajungă în punctul P prin rotirea leagănului maşinii punctul C trecînd astfel sub axa orizontală.

Planul O′PN, conţinînd axa roţii de prelucrat, în cazul cel mai general nu se găseşte în axa orizontală OH ci deplasat cu o distanţă „a" numită deplasare hipoidă.

În figura 2.33 „a" este plasat deasupra axei OH.

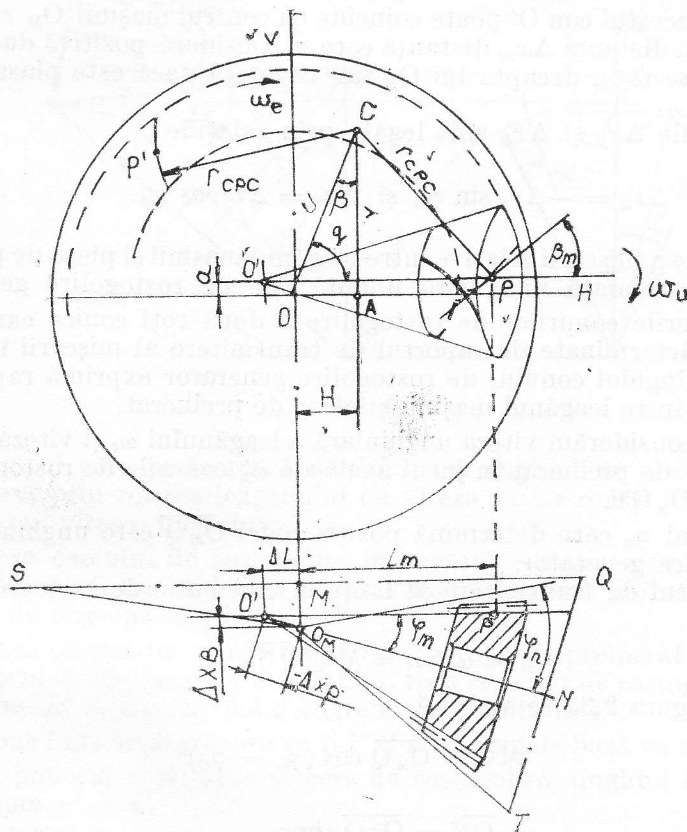


Fig. 2.33

Coordonatele punctului C în sistemul de axe VOH au denumirea de „aşezarea pe orizontală" (H) şi „aşezarea pe verticală" (V), unde :

$$V = r_{CPC} \cos \beta \pm a\,;\ H = L_m - r_{CPC} \sin \beta_m. \qquad (2.40)$$

r_{CPC} — raza de calcul a capului portcuţite (diferită de regulă faţă de raza nominală a CPC),

β_m — unghiul de înclinare a danturii în punctul P,

L_m — distanţa de la axa OV la punctul P.

La unele maşini reglarea se face în coordonate polare.

În acest caz $\quad U = \sqrt{H^2 + V^2}$ şi $\operatorname{tg} q = V/H. \qquad (2.41)$

Proiecţia axei orizontale a leagănului se întretaie cu axa de rotaţie a piesei de prelucrat în punctul O_M, punct care în cazul general este deplasat cu Δx_B faţă de planul O'P ce trece prin vîrful cuţitelor (respectiv fundul danturii).

Această deplasare se consideră pozitivă dacă O_M se găseşte ca în figură şi negativă dacă se găseşte plasată în partea opusă.

Piesa de prelucrat se aşează pe maşină sub unghiul φ_m, de obicei egal cu unghiul conului interior.

Vîrful acestui con O' poate coincide cu centrul maşinii O_M sau poate fi deplasat cu distanţa Δx_p, distanţă care se consideră pozitivă dacă punctul O' se găseşte în dreapta lui O_M sau negativă dacă este plasată ca în figură.

Mărimile Δx_p şi Δx_B sînt legate prin relaţiile :

$$\Delta x_B = -\Delta x_p \sin \varphi_m \text{ şi } \Delta x_p = \Delta L/\cos \varphi_m. \tag{2.42}$$

Urmare a mişcării relative între leagănul maşinii şi piesa de prelucrat „apare" o suprafaţă imaginară numită con de rostogolire generator.

Unghiurile conurilor de rostogolire a două roţi conice care angrenează sînt determinate de raportul de transmitere al mişcării între cele două roţi. Unghiul conului de rostogolire generator exprimă raportul de transmitere între leagănul maşinii şi piesa de prelucrat.

Dacă considerăm viteza unghiulară a leagănului ω_e şi viteza unghiulară a piesei de prelucrat în jurul axei sale ω_u conurile de rostogolire vor fi $O_M QS$ şi $O_M QT$.

Unghiul φ_n care determină poziţia liniei $\overline{O_M Q}$ este unghiul conului de rostogolire generator.

Raportul de transmitere al lanţului cinematic de rostogolire va fi

$$i_M = \omega_u/\omega_e = \overline{MQ}/\overline{QN}. \tag{2.43}$$

Din figura 2.33 se vede că

$$\overline{MQ} = \overline{O_M Q} \cos (\varphi_n - \varphi_m)$$

şi

$$\overline{QN} = \overline{O_M Q} \sin \varphi_n,$$

de unde se obţine

$$i_M = \cos (\varphi_n - \varphi_m)/\sin \varphi_n. \tag{2.44}$$

Din această relaţie rezultă că unghiul φ_n al conului generator depinde de unghiul de aşezare al semifabricatului φ_m şi de raportul de transmitere al lanţului cinematic de rostogolire i_M.

Diferenţa între φ_m şi φ_n de regulă nu este prea mare deci se poate aproxima

$$i_M \approx 1/\sin \varphi_n. \tag{2.45}$$

Dacă conul de rostogolire generator coincide cu conul de rostogolire δ_W (funcţinal) al roţii atunci

$$i_M = 1/\sin \delta_W.$$

Se vede din cele arătate că schimbarea raportului de rostogolire a lanțului cinematic duce la schimbarea unghiului φ_n al conului de rostogolire generator.

Aceste schimbări se reflectă și asupra unghiului de angrenare.

Modul cum influențează asupra unghiului de angrenare se poate demonstra prin figura 2.34.

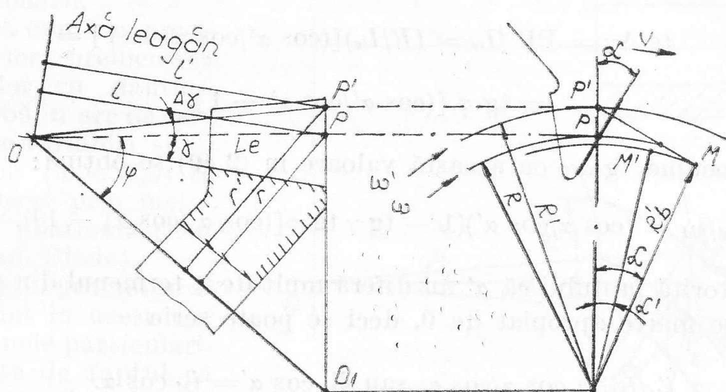


Fig. 2.34

Cuțitul care prelucrează dantura are unghiul de presiune α și se deplasează prin rotirea leagănului cu viteza v, iar roata de prelucrat se rotește cu viteza unghiulară ω.

Raza cercului de rostogolire în această situație este $R = v/\omega$, iar polul angrenării punctul P și drept urmare dantura prelucrată va avea unghiul de angrenare α la raza R.

Dacă schimbăm viteza unghiulară a roții de prelucrat în ω' și păstrăm viteza de deplasare v a cuțitului, raza cercului de rostogolire generator devine $R' = v/\omega'$ iar polul angrenării se mută în P'.

Noua linie de angrenare va fi P'M iar cercul de bază va avea raza R'_b. În punctul P pe vechiul cerc de rostogolire, unghiul de angrenare va fi acum $\alpha' \neq \alpha$.

Relația de legătură; $R'_b = R' \cos \alpha = R \cos \alpha'$ permite să se scrie:

$$\overline{PP'} = R' - R = (R \cos \alpha'/\cos \alpha) - R = R[(\cos \alpha'/\cos \alpha) - 1]. \quad (2.46)$$

Înainte de schimbarea vitezei unghiulare ω în ω' raportul de transmitere al lanțului cinematic de rostogolire era $i_M = l/r$.

Deoarece viteza unghiulară a leagănului este Ω și $l \cdot \Omega = r \cdot \omega$, rezultă:

$$i_M = l/r = L_e \cos \gamma / L_e \sin \varphi = \cos \gamma / \sin \varphi. \quad (2.47)$$

După schimbarea vitezei de rotație a piesei în ω' raportul de transmitere devine:

$$i'_M = l'/r' = [L_e \cos (\gamma + \Delta\gamma)]/[L_e \sin (\varphi + \Delta\gamma)] = \\ = \cos (\gamma + \Delta\gamma)/\sin (\varphi + \Delta\gamma). \quad (2.48)$$

Prin urmare

$$i'_M/i_M = \cos(\gamma + \Delta\gamma) \sin \varphi/\sin(\varphi + \Delta\gamma) \cos \gamma = $$
$$= (1 - \text{tg}\, \gamma\, \text{tg}\, \Delta\gamma)/(1 + \text{ctg}\, \varphi\, \text{tg}\, \Delta\gamma). \quad (2.49)$$

Din triunghiul POP' se obține:

$$\text{tg}\, \Delta\gamma = \text{PP}'/L_e = (R/L_e)[(\cos \alpha'/\cos \alpha) - 1] =$$
$$= \text{tg}\, \varphi\, [(\cos \alpha'/\cos \alpha) - 1]. \quad (2.50)$$

Înlocuind tg $\Delta\gamma$ cu această valoare în (2.49) se obține:

$$i'_M/i_M = (\cos \alpha/\cos \alpha')(1 - \text{tg}\, \gamma\, \text{tg}\, \varphi[(\cos \alpha'/\cos \alpha) - 1]). \quad (2.51)$$

Datorită faptului că α' nu diferă mult de α termenul din paranteza mare este foarte apropiat de 0, deci se poate scrie

$$i'_M/i_M = \cos \alpha/\cos \alpha' \text{ sau } i'_M \cos \alpha' = i_M \cos \alpha. \quad (2.52)$$

După cum s-a demonstrat anterior $i_M = 1/\sin \varphi$, iar la un raport de transmitere modificat $i'_M = 1/\sin \varphi_n$ rezultă:

$$i'_M/i_M = \sin \varphi/\sin \varphi_n = \cos \alpha/\cos \alpha'. \quad (2.53)$$

În concluzie, schimbarea raportului de transmitere al lanțului cinematic de rostogolire duce la modificarea unghiului conului de rostogolire generator și implicit la modificarea unghiului de angrenare al roții de prelucrat.

Raportul de transmitere al lanțului cinematic de rostogolire se poate scrie și în funcție de numărul de dinți al roții de prelucrat, $i_M = z_0/z$ unde z_0 — numărul de dinți al roții generatoare iar z — numărul de dinți al roții de prelucrat. (2.54)

Schimbînd raportul în i'_M se modifică conul de rostogolire al roții, respectiv se va modifica și roata generatoare, deci numărul de dinți al roții generatoare,

$$i'_M = z'_0/z \text{ deci } i'_M/i_M = z'_0/z_0 = \cos \alpha/\cos \alpha' \text{ sau } z'_0 = z_0 \cos\alpha/\cos\alpha'. \quad (2.55)$$

Aceste considerații, privind atît așezarea piesei de prelucrat față de axa leagănului mașinii, cît și influența raportului de rostogolire, au o deosebită importanță în cazul danturii de înălțime variabilă la care s-a amintit că înlăturarea contactului diagonal se poate face prin metoda deplasărilor hipoide sau prin metoda modificării conului de rostogolire.

La dantura de înălțime constantă, deoarece conul de divizare al roții de prelucrat este con de rostogolire și rulează pe roata plană generatoare avînd generatoarea paralelă cu generatoarea conului de picior, cuțitele de prelucrat dantura au în toate cazurile unghiul de presiune egal cu unghiul de angrenare nominal.

În cazul danturii de înălțime constantă este bine să fie cunoscute aceste considerații pentru faptul că în practică nu în toate cazurile se acordă suficientă atenție poziției roții de prelucrat și realizării raportului de transmitere al lanțului cinematic de rostogolire ceea ce în multe situații constituie sursa unor nepotriviri în realizarea petei de contact în angrenare, cît și datorită faptului că pe această cale sînt posibile o serie de corecții pentru îmbunătățirea angrenării.

După cum s-a precizat anterior prelucrarea angrenajelor cu dantură conică curbă în arc de cerc cu înălțime variabilă și cu modul mic ($m < 2,5$) se face de obicei prin metoda dublă bilaterală (Duplex Spread Blade).

Calculul geometric al angrenajului în acest caz prezintă unele particularități dictate de faptul că prelucrarea se face la ambele roți ale angrenajului cu capete bilaterale, într-o singură prindere.

Esența acestei metode constă în a obține o îngustare convenabilă a dintelui și golului între dinți, precum și unghi de înclinare egal pe flancurile dintelui.

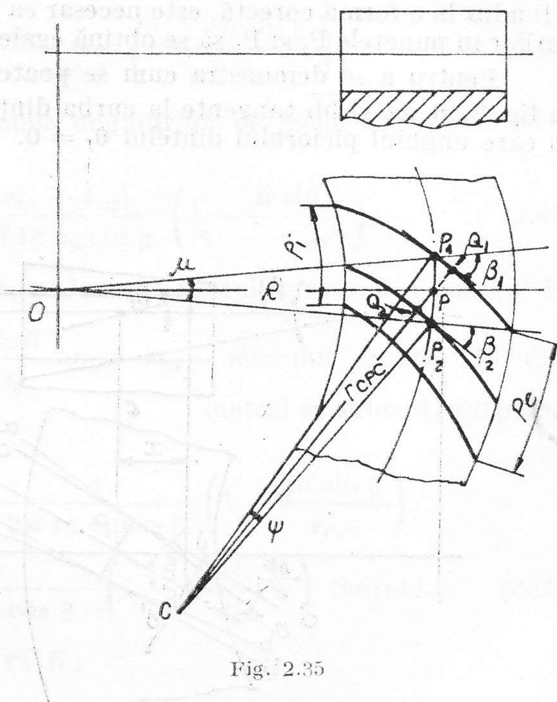


Fig. 2.35

În fig. 2.35 se prezintă roata plană generatoare și axa capului portcuțite (CPC) perpendiculară pe roata plană ($\theta_f = 0$) deci cazul limită în care avem dantură de înălțime constantă.

Se observă că pentru cazul tăierii bilaterale golul dintre dinți rezultă cu lățime constantă iar dintele își micșorează grosimea îngustîndu-se mult spre partea interioară a roții plane.

Unghiul de înclinare al flancurilor rezultă diferit $\beta_1 \neq \beta_2$.

Din fig. 2.35 întrucît $\overline{CP_1}$ și $\overline{CP_2}$ sînt perpendiculare pe tangentele în P_1 și P_2 se poate scrie :

$$\widehat{OP_1C} + \beta_1 = \widehat{OP_2C} + \beta_2 \text{ de unde } \beta_1 - \beta_2 = \widehat{OP_2C} - \widehat{OP_1C} = \Delta\beta$$

$$180^\circ - (\widehat{OP_1C} + \mu) = 180^\circ - (\widehat{OP_2C} + \psi) \text{ deci}$$

$$\widehat{OP_2C} - \widehat{OP_1C} = \mu - \psi = \Delta\beta ; \qquad (2.56)$$

$$\mu = \widehat{P_1P_2}/R = s_{gt}/R,$$

s_{gt} reprezentînd lățimea golului în plan frontal.

$$\psi = (\widehat{P_1Q_1} + \widehat{P_2Q_2})/r_{CFC} \approx \widehat{P_1P_2} \sin\beta/r_{CFC} = s_{gt} \sin\beta/r_{CFC};$$

$$\Delta\beta = \frac{s_{gt}}{R} - \frac{s_{gt}\sin\beta}{r_{CFC}} = \frac{s_{gt}}{R}\left(1 - \frac{R\sin\beta}{r_{CFC}}\right). \quad (2.57)$$

Urmare a faptului că dintele are o îngustare neconvenabilă, pentru a fi adus la o formă corectă, este necesar ca unghiurile de înclinare a flancurilor în punctele P_1 și P_2 să se obțină egale.

Pentru a se demonstra cum se poate realiza aceasta se consideră, în fig. 2.36, $\overline{aa}$ și $\overline{bb}$ tangente la curba dinților pe roata plană în situația în care unghiul piciorului dintelui $\theta_f = 0$.

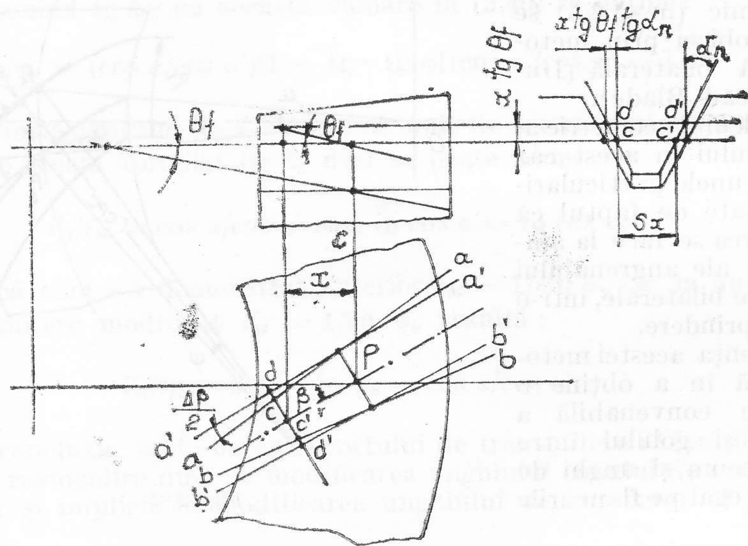


Fig. 2.36

Într-o secțiune oarecare aflată la distanța x de punctul P în direcție radială, distanța între cele două tangente este $\overline{cc'} = s_x$.

Înclinînd axul capului portcuțite astfel ca să facă cu planul roții plane unghiul θ_f, atunci tangentele $\overline{aa}$ și $\overline{bb}$ se schimbă devenind $\overline{a'a'}$ și $\overline{b'b'}$ iar distanța între ele va fi $\overline{dd'} = s_x + 2x\text{tg}\,\theta_f \text{tg}\,\alpha_n$.

Întrucît unghiul între cele două tangente este un unghi mic, se poate scrie $\text{tg}\,\Delta\beta \approx \Delta\beta$,

$$(x/\cos\beta)\cdot(\Delta\beta/2) = (\overline{dd'} - \overline{cc'})/2;$$

$$(\overline{dd'} - \overline{cc'})/(x/\cos\beta) = \Delta\beta \text{ dar } \overline{cc'} = s_x;$$

$$\overline{dd'} - \overline{cc'} = \overline{dd'} - s_x = 2x\text{tg}\,\theta_f\,\text{tg}\,\alpha_n;$$

$$(\overline{dd'} - s_x)/(x/\cos\beta) = 2\,\text{tg}\,\theta_f\,\text{tg}\,\alpha_n \cos\beta = \Delta\beta. \quad (2.58)$$

Egalînd cu valoarea găsită anterior (2.57) rezultă :

$$\frac{s_{gt}}{R}\left(1-\frac{R \sin \beta}{r_{CPC}}\right)=2 \operatorname{tg} \theta_f \operatorname{tg} \alpha_n \cos \beta. \quad (2.59)$$

Întrucît unghiul θ_f este un unghi mic $\operatorname{tg} \theta_f \approx \theta_f$ de unde,

$$\theta_f=\frac{s_{gt}}{2R \operatorname{tg} \alpha_n \cos \beta}\left(1-\frac{R \sin \beta}{r_{CPC}}\right). \quad (2.60)$$

În cazul angrenajului, suma unghiurilor de picior ale roţilor componente va fi :

$$\theta_{f_1}+\theta_{f_2}=\frac{(s_{gt1}+s_{gt2})}{2R \operatorname{tg} \alpha_n \cos \beta}\left(1-\frac{R \sin \beta}{r_{CPC}}\right). \quad (2.61)$$

Întrucît $s_{gt1}+s_{gt2}=\pi \cdot m_t$ unde m_t – modulul frontal în punctul P,

iar $\pi \cdot m_t=\pi \cdot m_{te} \cdot \frac{R}{R_e}=\frac{2\pi R}{z_0}$ unde m_{te} – modulul frontal la diametrul exterior al roţii plane,

rezultă :

$$\theta_{f_1}+\theta_{f_2}=\frac{2\pi R}{z_0} \cdot \frac{1}{2R \operatorname{tg} \alpha_n \cos \beta}\left(1-\frac{R \sin \beta}{r_{CPC}}\right);$$

$$\theta_{f_1}+\theta_{f_2}=\frac{\pi}{z_0 \operatorname{tg} \alpha_n \cos \beta}\left(1-\frac{R \sin \beta}{r_{CPC}}\right) \text{ radiani.} \quad (2.62)$$

În minute acest unghi va fi :

$$\theta_{f_1}+\theta_{f_2}=\frac{10.800}{z_0 \operatorname{tg} \alpha_n \cos \beta}\left(1-\frac{R \sin \beta}{r_{CPC}}\right). \quad (2.63)$$

Pentru cazul danturii de înălţime variabilă standard la care conul de fund are vîrful comun cu conul de divizare, suma unghiurilor piciorului dinţilor este $\theta'_{f_1}+\theta'_{f_2}$.

Raportul $k_0=(\theta_{f_1}+\theta_{f_2})/(\theta'_{f_1}+\theta'_{f_2})$ caracterizează gradul de modificare a înălţimii dinţilor.

Diferenţa $\Delta\theta=[(\theta_{f_1}+\theta_{f_2})-(\theta'_{f_1}+\theta'_{f_2})]/2$ poate să fie repartizată în mod egal la cele două roţi ale angrenajului, respectiv

$$\theta_{f_1}=\theta'_{f_1}+\Delta\theta \text{ şi } \theta_{f_2}=\theta'_{f_2}+\Delta\theta. \quad (2.64)$$

Forma danturii astfel obţinută este prezentată în fig. 2.37.

Această formă a înălţimii dinţilor se poate realiza foarte comod pe maşinile de danturat în arc de cerc cu cap portcuţite înclinabil.

Evident că datorită înălţimii variabile a dintelui apare fenomenul de contact diagonal, dar în cazul unor angrenaje mai puţin pretenţioase şi la module mici această abatere nu este determinantă.

Metoda dublă bilaterală prezentată este aplicabilă pentru module mici $m \leqslant 2,5$ și unghiul de înclinare al dinților $\beta = 30° \ldots \ldots 40°$.

Din cele expuse se poate trage concluzia că dantura de înălțime variabilă standard (cu vîrf comun pentru conul de picior și conul de divizare) nu poate rezolva optim problemele care apar la dantura în arc de cerc și sînt necesare abateri de la această formă, abandonîndu-se deci avantajele care ar rezulta din variația proporțională a înălțimii dintelui cu modulul, ceea ce explică dealtfel și răspîndirea danturii de înălțime constantă a dintelui.

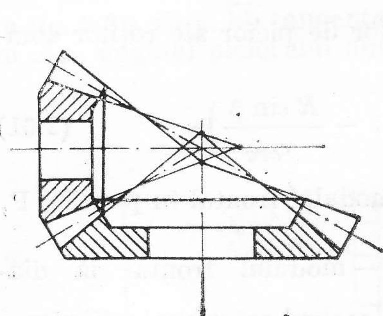


Fig. 2.37

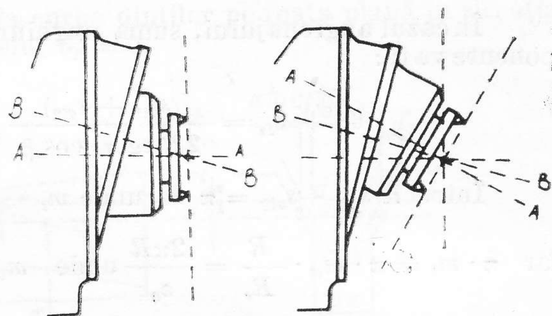


Fig. 2.38

O altă soluție la care s-a recurs la module mai mari pentru eliminarea complicațiilor determinate de neperpendicularitatea axei capului portcuțite pe generatoarea conului de divizare la dantura de înălțime variabilă a fost folosirea cuțitelor cu muchie curbă în loc de muchie rectilinie.

Această metodă este cunoscută sub denumirea Unitool (sculă unică, respectiv fără corecții de număr).

Metoda presupune utilizarea unor cuțite speciale avînd muchiile tăietoare dispuse pe un cerc mare al unei sfere.

În cazul muchiilor rectilinii suprafața măturată în timpul rotirii de către muchiile cuțitelor, montate pe capul portcuțite, este o parte dintr-un con a cărui generatoare coincide cu muchia tăietoare.

Suprafața laterală a dinților roții plane este constituită din aceste porțiuni de suprafață conică, după cum s-a indicat în figura 2.39 și în figura 2.26.

Deoarece aceeași suprafață laterală a dintelui roții plane trebuie materializată o dată la prelucrarea roții și o dată la prelucrarea pinionului, iar poziția axei diferă în cele două cazuri, aceste două suprafețe nu vor coincide, deci nu se poate asigura coincidența celor două roți plane care vor genera roțile componente ale angrenajului și ca urmare apar necesare aproximațiile prezentate anterior.

În cazul cînd muchiile sînt curbe și fac parte dintr-un cerc mare al unei sfere, la rotirea capului portcuțite muchiile descriu sfera iar suprafețele laterale ale dinților roții plane vor fi porțiuni din această sferă.

În această situație suprafețele laterale ale dinților celor două roți plane generatoare (a roții și a pinionului) vor putea fi puse în coincidență chiar dacă muchiile au direcții diferite la prelucrarea celor două roți

componente, după cum se vede în figura 2.40 prin rotirea în jurul unui centru comun care este centrul sferei.

Metoda este ingenioasă și teoretic rezolvă problemele ridicate de înălțimea variabilă a dintelui, dar ridică probleme dificile în ceea ce privește execuția sculelor. Acestora trebuie să li se asigure o formă corectă

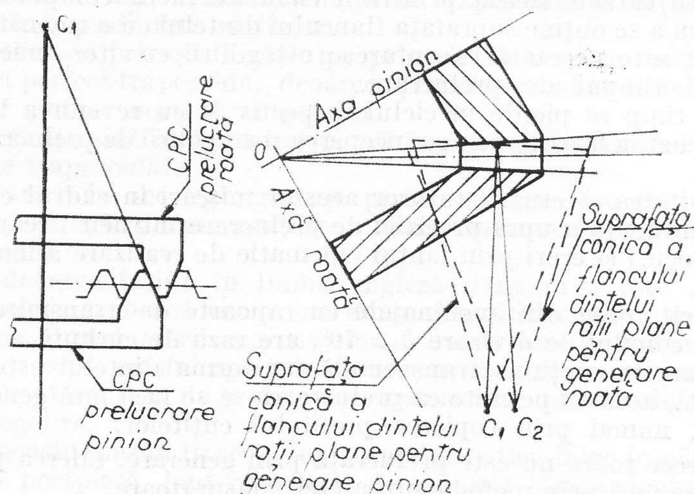


Fig. 2.39

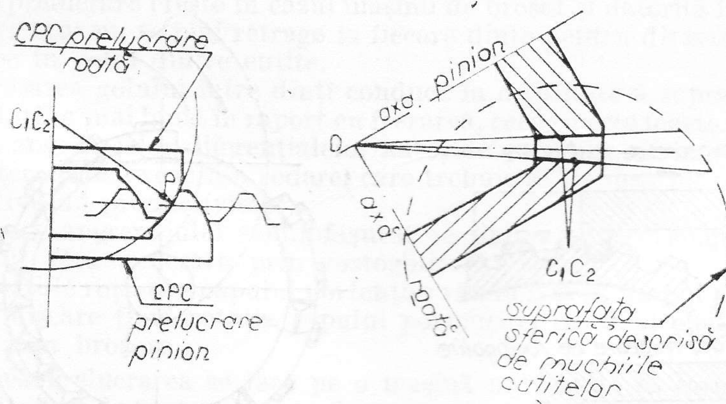


Fig. 2.40

a muchiilor la execuție și la ascuțire, o poziție corectă pe capul portcuțite, iar în final ascuțirea identică a celor două capete spre a obține sfera comună. Cumularea a o serie întreagă de erori ca urmare a execuției și reglajelor face ca metoda să fie utilizată numai în cazuri de unicate fiind cunoscută ca o metodă artizanală (Jobbing) cu un preț de cost ridicat, determinat în special de costul mare al sculelor.

În cazul producției de serie dantura de înălțime variabilă se utilizează în modul prezentat în capitolul 2.7.

2.5. Bazele prelucrării roților dințate conice cu dantură curbă in arc de cerc prin metoda suprafeței infășurătoare

Realizarea angrenajelor conice cu dantură curbă în arc de cerc prin metoda ruletei, deci prin rostogolire cu roată plană a ambelor roți din angrenaj, se caracterizează printr-un ciclu de lucru complicat și lung.

Pentru a se obține suprafața flancului dintelui cu o rugozitate corespunzătoare, este necesară executarea rostogolirii cu viteze mici, ceea ce prelungește timpul de prelucrare.

Mult timp se pierde în ciclul respectiv și cu revenirea leagănului mașinii in poziția inițială pentru începerea rostogolirii de prelucrare a unui nou dinte.

Necesitatea efectuării tuturor acestor mișcări în cadrul ciclului de lucru are influență asupra preciziei de prelucrare întrucît fiecare mișcare introduce jocuri și erori prin lanțul cinematic de realizare a mișcării respective.

Întrucît roata din angrenajele cu rapoarte de transmitere $i > 3$, cu unghiul conului de divizare $\delta \geqslant 70°$, are raza de curbură a profilului dintelui mare în secțiune transversală iar forma dintelui este aproape trapezoidală, aceasta permite ca prelucrarea să se facă fără generare prin rostogolire, numai prin copierea profilului cuțitelor.

Deoarece roata nu este prelucrată prin generare, tăierea pinionului trebuie să se facă prin metoda suprafeței înfășurătoare.

În acest caz ansamblul leagăn mașină și cap portcuțite nu materializează roata plană generatoare, ci roata pereche cu care va angrena pinionul, sub forma roții conice generatoare.

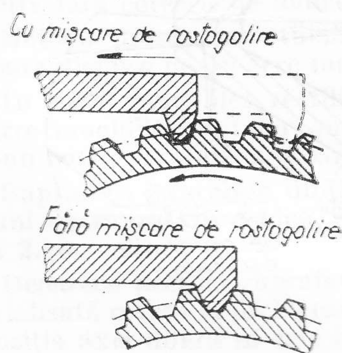
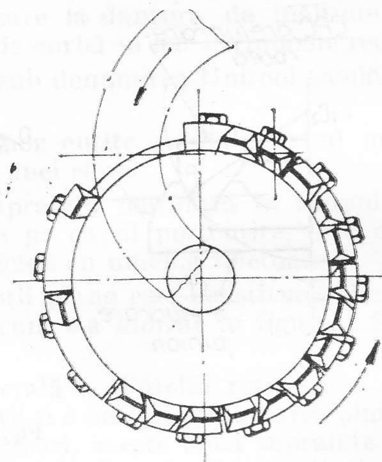


Fig. 2.41


Fig. 2.42

Bineînțeles mașina trebuie să permită acest lucru din construcție prin înclinarea capului portcuțite, sau să se utilizeze la prelucrarea pinionului mașini cu roată plană generatoare, dar avînd mecanism de modificare a profilului dintelui.

Eliminarea mișcării de rostogolire la prelucrarea roții permite scurtarea ciclului, iar printr-o construcție corespunzătoare a mașinii de dantu-

rat se poate elimina și mișcarea de retragere a piesei, divizarea executîndu-se în golul dintre cuțitele montate pe capul portcuțite.

Din cauza eliminării mișcării de rostogolire, suprafața laterală a dinților nu mai este o suprafață elicoidală înfășurată pe conul de referință, ci o suprafață conică corespunzînd conului măturat de muchiile cuțitelor.

Această suprafață conică intersectînd corpul conic al semifabricatului, golul între dinți rezultă cu un profil trapezoidal în secțiune normală, corespunzînd profilului cuțitelor.

În ceea ce privește dintele propriu zis, în secțiune normală acesta nu rezultă perfect trapezoidal, deoarece planul normal al dintelui nu corespunde cu planul normal al golului.

Abaterile sînt însă mici și pot fi neglijate, considerînd că și acest profil este trapezoidal.

Deoarece la aceste angrenaje prelucrarea se face prin rostogolire numai la pinion, în documentațiile în limba rusă aceste danturi se numesc semirostogolite.

În documentațiile în limba engleză denumirea este „Formate".

În cele ce urmează vom folosi denumirea de dantură semiînfășurată.

În cazul prelucrării angrenajelor de mare serie se utilizează pentru prelucrarea roții, mașini speciale de broșat, care reduc timpul de prelucrare de 5—6 ori față de prelucrarea pe mașinile universale cu generare prin rostogolire.

La aceste mașini lipsește legătura cinematică între leagănul mașinii și păpușa portpiesă, lanț cinematic de precizia căruia depinde precizia mașinii de danturat ce lucrează prin rostogolire.

Aceste mașini avînd o construcție simplă, lanțuri cinematice scurte și reglaje operative, asigură și o precizie de cca. două ori mai mare. Precizia de prelucrare crește în cazul mașinii de broșat și datorită faptului că semifabricatul nu se mai retrage la fiecare dinte pentru divizare, aceasta avînd loc în golul dintre cuțite.

Broșarea golului între dinți conduce la o calitate a suprafeței flancului dinților mai bună în raport cu frezarea, ceea ce este foarte important în cazul angrenajelor diferențialelor auto, de exemplu, unde după tratamentul termic se execută o rodare, care trebuie să fie însă cît mai scurtă din motive de productivitate.

Roata angrenajului semiînfășurat se finisează într-o singură trecere (bilateral) fără generare prin rostogolire.

Pozițiile roții și a capului portcuțite rămîn fixe în timpul prelucrării, singura mișcare fiind rotația capului portcuțite, în cazul cînd așchierea se face prin broșare.

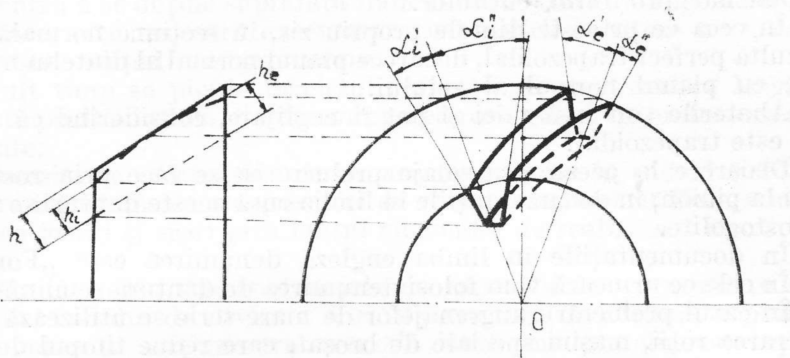
Dacă prelucrarea se face pe o mașină universală la care se poate bloca mișcarea de rostogolire, prelucrarea fiecărui dinte se face prin mișcarea de pătrundere executată de sania păpușii portpiesă.

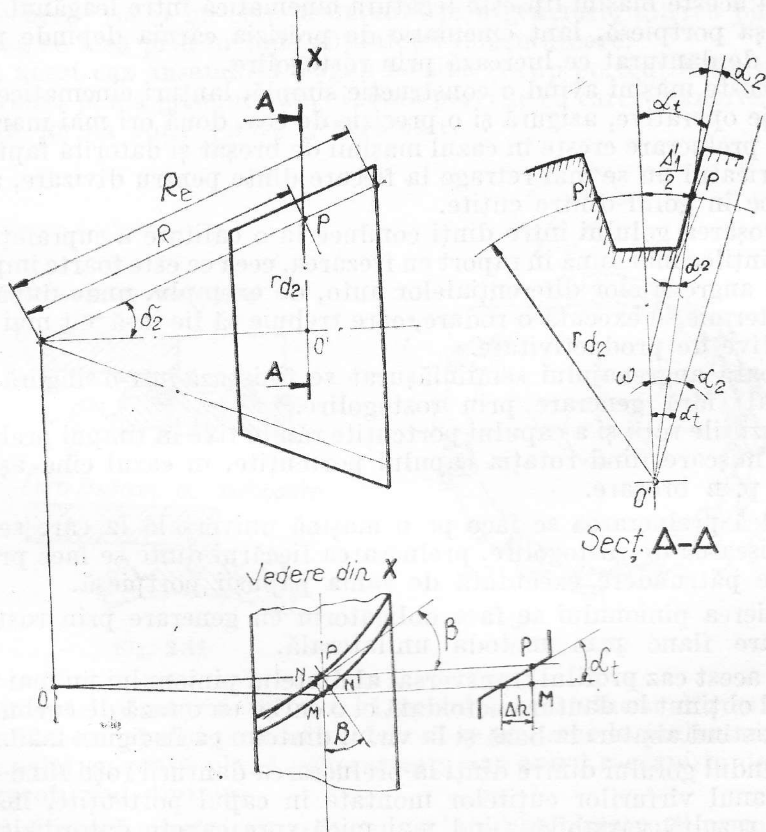
Tăierea pinionului se face obligatoriu cu generare prin rostogolire pe fiecare flanc prin metoda unilaterală.

În acest caz profilul transversal al dintelui pinionului nu mai trebuie să fie cel obținut la dantura octoidală ci o curbă cu o rază de curbură mai mică, existînd abateri la bază și la vîrful dintelui ca în figura 2.29.

Fundul golului dintre dinți la prelucrarea danturii roții fiind într-un plan, planul vîrfurilor cuțitelor montate în capul portcuțite, înălțimea dintelui rezultă variabilă, fiind mai mică spre capete datorită curburii suprafeței conice exterioare a semifabricatului (fig. 2.43).

În cazul danturii generate prin rostogolire înălțimea dintelui este aceiași în toate planele radiale ale conului tocmai din cauza rostogolirii. În cazul danturii semiînfășurate, la roată în afara acestei variații a înălțimii dintelui mai apare spre capetele dintelui și o variație a unghiului de angrenare, după cum se vede din aceiași figură, avînd valori negative la un capăt și pozitive la celălalt.


Fig. 2.43


Fig. 2.44

Aceste variații explică limitele sistemului.

În afara acestor variații, mai apare și o diferență între unghiul sculelor de prelucrare a roții și unghiul de angrenare al pinionului.

În cazul prelucrării prin rostogolire a ambelor roți componente ale angrenajului, unghiul de angrenare al roții plane este unghi de angrenare comun.

În cazul angrenajelor semiînfășurate pinionul va avea pe cercul de divizare un unghi de angrenare diferit față de semiunghiul de deschider al golului trapezoidal dintre dinții roții.

În figura 2.44 în secțiunea AA se prezintă semiunghiul de deschidere a profilului trapezoidal al golului dintre dinții roții.

Pe cercul de divizare de rază r_{d2} deschiderea golului dintre dinții roții va fi egală cu grosimea dintelui pinionului s_1', iar unghiul de angrenare în plan frontal pe cercul de divizare va fi α_2.

Notînd cu α_n unghiul de angrenare în plan normal, în punctul P, în vederea din X se pot stabili următoarele relații :

$$\overline{PM} = \Delta h \operatorname{tg}\alpha_t ; \ \overline{NP} = \Delta h \operatorname{tg} \alpha_n \ \text{și} \ \overline{PN} = \overline{PM} \cos \beta .$$

Rezultă

$$\Delta h \operatorname{tg} \alpha_t \cos \beta = \Delta h \operatorname{tg} \alpha_n$$

respectiv

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta . \tag{2.65}$$

Revenind la secțiunea AA, unghiul de angrenare va fi $\alpha_2 = \alpha_t - \omega$.

Grosimea dintelui pinionului în punctul mediu va fi $s_1' = PP' = s_1 R/R_e$. unde s_1 este grosimea dintelui în plan frontal (formula 2.24), la distanța R_e, admițînd că grosimea reprezintă jumătate din pas.

$$r_{d2} \cdot \omega_{rad.} = s_1'/2 ; \ \omega_{rad} = s_1'/2r_{d2}, \ \omega^0 = 57{,}296\, s_1'/2r_{d2} = 28{,}65\, s_1 R/r_{d2} \cdot R_e .$$

Rezultă

$$\omega^0 = 28{,}65\, s_1/R_e \sin \delta_2 \tag{2.66}$$

de unde,

$$\alpha_2 = \alpha_t - \omega^{\circ} = \operatorname{arc\,tg}(\operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta) - 28{,}65\, s_1/R_e \sin \delta_2 . \tag{2.67}$$

Unghiul de angrenare în plan frontal al roții fiind α_2 se poate determina unghiul de angrenare în secțiune normală a pinionului :

$$\operatorname{tg} \alpha_{n1} = \operatorname{tg} \alpha_2 \cos \beta ;$$

de unde :

$$\operatorname{tg} \alpha_{n1} = \operatorname{tg} \left[\operatorname{arc\,tg} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} \right) - \frac{28{,}65\, s_1}{R_e \sin \delta_2} \right] \cos \beta . \tag{2.68}$$

După cum se vede din aceste considerații, în cazul cînd roata este prelucrată cu scule avînd unghiul de presiune normalizat, la pinion rezultă unghiuri de presiune ale sculelor diferite de valorile normalizate.

După cum s-a menţionat la §2.1.1 linia de angrenare a angrenajelor conice obţinute prin rostogolire peste roată plană cu profil trapezoidal al dinţilor, este o octoidă pe o suprafaţă sferică.

În cazul angrenajelor, semiînfăşurate profilul trapezoidal al dintelui roţii conice generatoare negăsindu-se în planul diametral al sferei, linia de angrenare are o formă mai complexă, prezentîndu-se ca în figura 2.45.

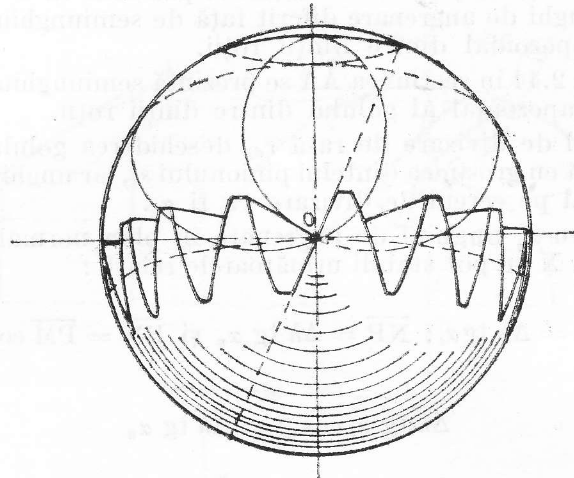


Fig. 2.45

Din cauză că la prelucrarea angrenajelor semiînfăşurate este necesară o nomenclatură mai complicată de scule dar se asigură o productivitate ridicată, aceste angrenaje se pretează mai bine producţiei de mare serie. Limitele în care se folosesc în mod obişnuit angrenajele semiînfăşurate sînt date în tabelul 2.1.

Tabelul 2.1. **Limitele angrenajelor semiînfăşurate**

Raportul de transmitere minim al angrenajului	i_{min}	3	4	5	6...8	8...10
Numărul de dinţi minim al pinionului	z_{min}	12	9	8	7	6

Suma numărului de dinţi a angrenajului se recomandă $z_1 + z_2 \geqslant 40$, pentru unghiuri de angrenare $\alpha_n = 20°$.

Unghiul conului de divizare al roţii va fi $\delta_2 \geqslant 70°$.

Lungimea generatoarei conului de divizare se recomandă $R_e = 65...190$.

Unghiul de înclinare al spirei dintelui se admite $\beta = 35° ... 40°$ şi numai în cazuri extreme se merge la $\beta = 32° ... 42°$.

Raza nominală a capului portcuţite: $r_{CPC} = (0,5 ... 0,75)\,R$ — pentru dinţi de înălţime constantă şi $r_{CPC} = (0,96 ... 1,3)\,R$ — pentru dinţi de înălţime variabilă, R fiind lungimea medie a generatoarei conului de divizare.

Lățimea coroanei dințate se poate determina cu formula $b = 0{,}155 d_2$.

Alte elemente geometrice ale angrenajelor semiinfășurate sînt date în tabelul 2.2.

Tabelul 2.2. **Elemente geometrice ale angrenajelor semiinfășurate**

Nr. de dinți al pinionului	$z_1 \rightarrow$	6	7	8	9	10	12→
Coeficientul înălțimii capului dintelui	f_a	0,75	0,78	0,80	0,82	0,84	0,86
Coeficientul deplasării radiale a profilului	$x_r \rightarrow$	0,53	0,51	0,48	0,44	0,41	0,36
Coeficientul jocului la fund	$c \rightarrow$	0,16	0,16	0,18	0,18	0,2	0,2
Raportul de transmitere	i	Coeficientul deplasării tangențiale a profilului x_t					
	3	—	—	—	0,17	0,18	0,2
	4	—	0,15	0,17	0,32	0,31	0,29
	5	0,18	0,22	0,30	0,34	0,32	0,30
	6	0,24	0,29	0,36	0,34	0,32	0,30
	7	0,29	0,35	0,36	0,35	0,33	—
	8	0,34	0,38	0,37	—	—	—
	10	0,38	—	—	—	—	—
Unghiul de înclinare al spirei	$\beta \rightarrow$	35°...40°					

După cum s-a menționat, dantura conică curbă semiinfășurată se pretează foarte bine pentru producția de mare serie și din această cauză este foarte mult utilizată în industria auto atît sub forma danturii de înălțime constantă cît și cu înălțime variabilă.

Firma Renault, de exemplu, a introdus pentru angrenajele diferențialelor auto încă din anul 1965 dantură în arc de cerc semiinfășurată cu înălțime constantă conform metodei de calcul propusă de F. Rochat. Firma Gleason căutînd să mențină înălțimea dintelui variabilă conform normelor AGMA, totodată conservînd avantajele danturii semiinfășurate și rezolvînd în principiu și problema suprafețelor conjugate a flancurilor danturii, a creat o nouă metodă de prelucrare, denumită Helixform.

Această metodă de prelucrare necesită o mașină de danturat mai complicată, ceea ce ridică probleme privind precizia de fabricație a ei, dar permite executarea de dantură conică curbă în arc de cerc cu înălțime variabilă a dintelui fără contact diagonal.

Danturile Formate și Helixform în aparență sînt identice sub aspectul proporțiilor dinților.

Diferența constă în faptul că roata angrenajului Helixform are suprafața laterală a dinților făcînd parte dintr-un elicoid riglat evolventic în timp ce la Formate aceste suprafețe sînt conice.

Elicoidul riglat evolventic este o suprafață generată de mișcarea elicoidală a unei drepte tangentă la un cilindru director, față de a cărui

generatoare, dreapta este așezată înclinat sub un unghi ce corespunde unghiului elicei descrise pe acest cilindru.

O suprafață elicoidală riglată de tip evolventic prezintă următoarele caracteristici:

1) Există o axă comună a suprafeței elicoidale și a cilindrului director după care se generează suprafața.
2) Curba de intersecție a suprafeței elicoidale cu un plan perpendicular pe axă, numit plan de bază, este o evolventă.
3) Intersecția suprafeței elicoidale cu un plan tangent la cilindrul director este o linie dreaptă, acest plan fiind planul curburii minime.

Legătura între suprafețele conice și cele elicoidale riglate este prezentată în figura 2.46.

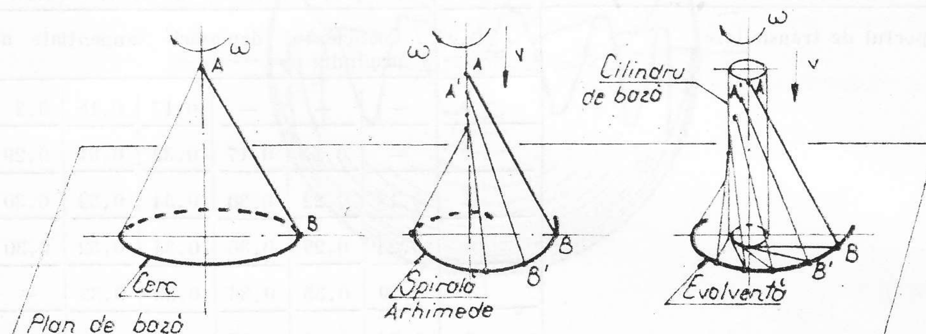


Fig. 2.46

Se vede din această figură că la rotirea unei drepte înclinate (de exemplu muchia așchietoare a cuțitului) față de axă se descrie o suprafață conică, segmentul de dreaptă fiind conținut în planul radial.

Dacă în afară de rotație se imprimă segmentului de dreaptă și o mișcare uniformă de avans în lungul axei, dreapta descrie o suprafață elicoidală a cărei intersecție cu planul de bază este o spirală arhimedică. Dacă această dreaptă este plasată tangent la un cilindru și este rotită și translată simultan ea descrie o suprafață elicoidală a cărei intersecție cu planul de bază este o evolventă.

Acest principiu a fost aplicat în cazul procedeului Helixform construindu-se o mașină la care arborele capului portcuțite are o mișcare de avans în lungul axului său în afara mișcării de rotație necesară așchierii. Muchiile tăietoare ale cuțitelor montate pe capul portcuțite nu mai sînt ascuțite în planul radial al capului ca la dantura în arc de cerc generată prin rostogolire sau ca la sistemul Formate, ci într-un plan dezaxat față de axa de rotație cu raza cilindrului director.

În figura 2.47 sînt prezentate principiile de lucru în cazul Formate și în cazul Helixform.

Linia a' reprezintă traiectoria cuțitului de prelucrare a roții, iar b' traiectoria cuțitului de prelucrare a pinionului.

Axele X și X' de rotație a capetelor portcuțite sînt deplasate lateral față de planul axial al angrenajului și sînt înclinate una față de alta cu unghiul θ datorită faptului că fiecare axă este perpendiculară pe traiectoria cuțitului respectiv, în cazul Formate.

Dacă vom considera tăişurile celor două cuţite suprapuse în punctul P, vom constata că acestea se intersectează în acest punct, dar au direcţii diferite, din care cauză şi normalele suprafeţelor laterale a dinţilor nu vor avea aceiaşi direcţie şi angrenarea nu se va face corect, apărînd contactul diagonal.

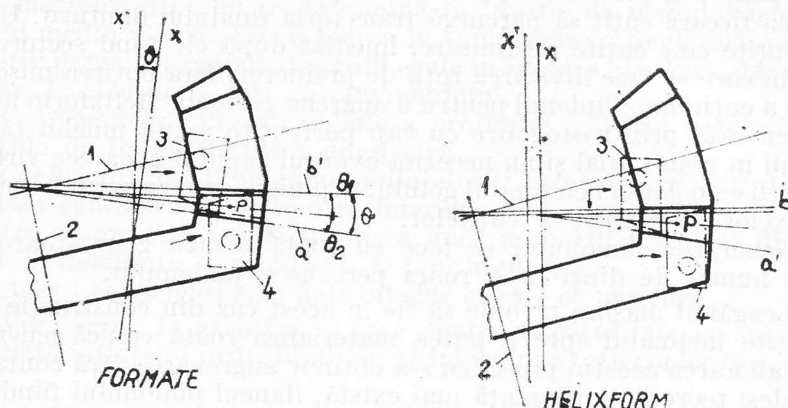


Fig. 2.47

În sistemul Helixform capul portcuţite afară de mişcarea de rotaţie are şi un avans axial ceea ce permite ca traiectoria cuţitului să descrie dreapta a' (fundul golului danturii la roată) dar axa sa de rotaţie să fie paralelă cu axa de rotaţie la prelucrarea pinionului.

Mişcarea de avans a capului portcuţite este de fapt o mişcare de du-te-vino a cărei frecvenţă este cu atît mai mare cu cît este mai mare turaţia C.P.C. astfel incît fiecare cuţit montat pe capul port-cuţite să poată parcurge traiectoria inclinată a fundului golului pe intreaga lăţime a danturii.

Se vede că în acest caz în punctul mediu P muchiile tăietoare au aceiaşi direcţie. Aceste muchii executînd în acelaşi timp rotaţie şi avansul cu viteză constantă descriu in spaţiu suprafaţa elicoidală evolventică ce va constitui flancul dintelui.

Curba dintelui nu mai este un arc de cerc ci un arc de evolventă.

Ascuţirea capului portcuţite se face de aşa manieră incît există doi cilindri directori, cu raze diferite pentru fiecare flanc al dintelui.

În figura 2.48 este reprezenat planul perpendicular pe axa de rotaţie a capului portcuţite şi curbele de intersecţie a elicoizilor ce materializează suprafeţele laterale a dinţilor, respectiv a, b şi c, d.

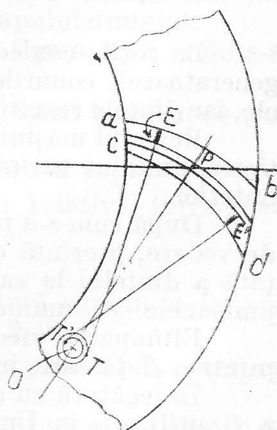


Fig. 2.48

Curba ab corespunde flancului concav şi este o evolventă avînd cercul de bază cu raza OT iar curba cd flancul convex o evolventă a cercului de bază cu raza OT′.

Segmentul E reprezintă elementul liniar care prin riglare determină suprafaţa dintelui pe flancul concav.

În mod identic acest element este E' pentru flancul convex.

Axa capului portcuțite coincide cu axa elicoidului iar muchiile tăietoare a cuțitelor corespund segmentelor E și E'.

Cuțitele sînt montate alternativ în capul portcuțite cu spații suficiente pentru a permite capului portcuțite să avanseze și să se retragă astfel ca fiecare cuțit să parcurgă traiectoria fundului danturii. Ultimele două cuțite sînt cuțite de finisare, imediat după ele fiind sectorul fără cuțite în care se face divizarea roții de prelucrat, fără oprirea mișcării de rotație a cuțitelor. Pinionul pentru a angrena cu roata Helixform are dantura generată prin rostogolire cu cap portcuțite avînd muchii tăietoare rectilinii în plan radial și nu necesită avansul capului deoarece vîrful dintelui roții este paralel cu fundul golului la pinion, ceea ce permite paralelismul axelor de rotație a cuțitelor.

Generarea pinionului se face cu roată conică generatoare avînd același număr de dinți ca și roata pereche a pinionului.

Leagănul mașinii trebuie să fie în acest caz din construcție cu cap portcuțite înclinabil spre a putea materializa roata conică generatoare. Prin elaborarea acestui procedeu s-a obținut angrenarea fără contact diagonal deși teoretic o diferență mai există, flancul pinionului fiind dirijat după un arc de cerc iar al roții după o evolventă. Din acest motiv precum și din cele arătate anterior reglajul mașinii mai necesită o serie de corecții pentru obținerea formei definitive a petei de contact, dar aceste corecții se afirmă că sînt mai simple decît în cazul danturii Formate.

Deși informații asupra modului cum s-a răspîndit metoda Helixform lipsesc, se pare că totuși nu a substituit metodele clasice, în principal probabil datorită construcției complicate a mașinii de danturat.

2.6. Angrenaje conice cu dantură curbă în arc de cerc cu înălțimea dintelui constantă

La roțile conice cu dantură curbă și înălțime constantă a dintelui, generatoarele conurilor de cap, de divizare și de picior sînt paralele între ele, iar dintele rezultă cu aceiași înălțime pe toată lățimea roții (fig. 2.19).

Reglajul mașinii este mai simplu în acest caz decît la roțile cu înălțimea dintelui variabilă, din motive de cinematică a generării expuse anterior.

După cum s-a precizat această formă, avantajoasă din multe puncte de vedere, prezintă ca dezavantaj o subțiere și o ascuțire mai pronunțată a dintelui la capătul dinspre interiorul roții plane de referință, la pinioanele cu numere mici de dinți.

Eliminarea efectului negativ al acestei subțieri poate fi realizată printr-o deplasare judicios aleasă a profilului dintelui.

În legătură cu aceasta, dantura de înălțime constantă se recomandă a fi utilizată în limitele:

$$k_b = 0{,}2 \dots 0{,}3\ ;\ z_1 \geqslant 9\ ;\ z_0 \geqslant 25\ ;\ k_b = b/R_e\ ; \tag{2.69}$$

în care:

k_b — coeficientul lățimii danturii;
b — lățimea coroanei dințate;
R_e — lungimea generatoarei exterioare a conului de divizare;

z_1 — numărul de dinți al pinionului;
z_0 — numărul de dinți al roții plane de referință.

Principala proprietate a acestui tip de dantură — reglaje mai simple și scule mai universale — o fac utilizabilă la unicate și serie mică, dar în egală măsură este folosită și în producția de mare serie.

Înălțimea dintelui se determină în funcție de modulul normal din punctul mediu al dintelui cu luarea în considerare a deplasării profilului, respectiv deplasări radiale de profil egale în valoare absolută, dar de semn contrar, la cele două roți ale angrenajului.

Coeficienții deplasării radiale a profilului (x_r) sînt determinați din condițiile de îmbunătățire a angrenării.

Coeficienții înălțimii capului dintelui (f_a) sînt determinați din condiția lipsei subtăierii la diametrul interior.

De asemenea pentru stabilirea unor proporții juste ale dinților se aplică o deplasare tangențială a profilului (x_t).

Acești coeficienți sînt dați tabelar în cele ce urmează.

Verificarea la ascuțire se face pentru capătul interior al dinților prin analiza dintelui roții cilindrice de înlocuire a roții conice (vezi punctul 2.1.2).

Ca un criteriu la ascuțire se admite grosimea dintelui la vîrful din interior $s_v \geq (0,3 \ldots 0,5)\, m_n$.

Ascuțirea dintelui este dependentă de metoda de tăiere aplicată, la metoda unilaterală de prelucrare fiind mai predispus la ascuțire pinionul iar la metoda bilaterală roata.

Pentru a micșora ascuțirea se recomandă să se prelucreze dantura cu capete portcuțite de diametru relativ mic, $r_{CPC} < R$, unde:
r_{CPC} — raza nominală a capului portcuțite și R — lungimea medie a generatoarei conului de divizare.

În caz de ascuțire a dintelui, în zona spre interior se poate face o fațetă la vîrful dinților.

Înălțimea fațetei (cît se intră în vîrful dintelui) se admite mai mică sau egală cu $[1 - (R_i/R)]h_a^2$ unde h_a — înălțimea capului dintelui.

Pentru verificarea subtăierii se apelează la figura 2.49 unde s-au făcut următoarele notații:

h_f — înălțimea piciorului dintelui roții de verificat la ascuțire (respectiv înălțimea capului dintelui roții plane);

δ — semi unghiul la vîrf al conului de divizare al roții;

$\overline{OM}$ — axa instantanee de rotație (mișcare relativă între roata plană și roata conică);

$\overline{OQ}$ — axa roții conice de prelucrat.

Muchia tăietoare a sculei este P_yN și ea mătură suprafața laterală a dintelui roții plane (suprafața hașurată în figura 2.49).

$R_y = \overline{OP_y}$ este distanța de la axa roții plane la punctul P_y corespunzător poziției în care vrem să facem verificarea.

$\overline{MN}$ — dreapta care limitează capul dintelui roții plane fără a da interferențe, (analogie cu roțile cilindrice).

β_y — unghiul de înclinare a danturii în punctul unde se face verificarea.

În figura 2.49, *a* este dată schema de calcul pentru determinarea subtăierii în cazul roții conice, iar în figura 2.49, *b* pentru analogie în cazul roților cilindrice.

Fig. 2.49

Din figura 2.49*a*, se pot scrie următoarele:

$h_f = \overline{P_y M} \sin \alpha_n \cos \alpha_n$; $\overline{OM}\, \mathrm{tg}\, \delta = \overline{MP_y}\, \mathrm{ctg}\, \alpha_n$;

$\overline{OM}/\cos \beta_y = \overline{MP_y}/\sin \nu$ de unde $\overline{MP_y} = \overline{OM} \sin \nu/\cos \beta_y$. (2.70)

$R_y/\sin [90° + (\beta_y - \nu)] = \overline{OM}/\cos \beta_y = \overline{MP_y}/\sin \nu = R_y/\cos (\beta_y - \nu)$,

din care rezultă:

$$\overline{MP_y} = R_y \sin \nu/\cos (\beta_y - \nu). \quad (2.71)$$

Din relațiile 2.70 rezultă $\sin \nu = \mathrm{tg}\, \alpha_n\, \mathrm{tg}\, \delta \cos \beta_y$, (2.72)

iar din relațiile 2.70 și 2.71,

$$h_f = R_y \sin^2 \alpha_n\, \mathrm{tg}\, \delta \cos \beta_y/\cos (\beta_y - \nu). \quad (2.73)$$

Pentru flancul opus α_n are în calcule semn contrar.

Rezultă că pentru evitarea subtăierii piciorul dintelui roții trebuie să fie mai mic decît valoarea calculată cu formula 2.73, în care $\sin \nu$ se determină cu relația 2.72, calculat în două cazuri, respectiv pentru $+\alpha_n$ și $-\alpha_n$.

Verificarea la ascuțirea dintelui se face pe roata cilindrică înlocuitoare a roții conice în secțiunea dorită.

Pentru aceasta se stabilesc următoarele notații:

α' — unghiul de angrenare în punctul de intersecție a evolventelor flancurilor dintelui,

α_y — unghiul de angrenare într-o secțiune oarecare,

α_0 — unghiul de angrenare pe cercul de divizare,

s — grosimea dintelui pe cercul de divizare al roții de înlocuire,

d — diametrul de divizare al roții de înlocuire,

d_a — diametrul exterior al roții de înlocuire,

s_y — grosimea dintelui într-o secțiune oarecare,
s_v — grosimea dintelui la vîrf pe cercul exterior al danturii.
Grosimile s_y și s_v se determină cu relațiile:

$$s_y = mz(\mathrm{ev}\,\alpha' - \mathrm{ev}\,\alpha_y)\cos\alpha_0/\cos\alpha_y;\ \text{unde}\ \mathrm{ev}\,\alpha' = (s/mz) + \mathrm{ev}\,\alpha_0. \quad (2.74)$$

Întrucît

$$r_y = (mz/2)\cdot(\cos\alpha_0/\cos\alpha_y),$$

înlocuind se obține

$$s_y = d_y[(s/mz) + (\mathrm{ev}\,\alpha_0 - \mathrm{ev}\,\alpha_y)]. \quad (2.75)$$

Rezultă:

$$s_v = d_a[(s/d) - (\mathrm{ev}\,\alpha_v - \mathrm{ev}\,\alpha_0)]. \quad (2.76)$$

Demonstrația acestor relații se poate găsi în lucrarea [9].

Alegerea diametrului capului portcuțite se face în funcție de lungimea generatoarei conului de divizare al angrenajului de prelucrat după relația $R/1,5 \leqslant r_{CPC} \leqslant 1,5R$, relație transpusă în fig. 2.50.

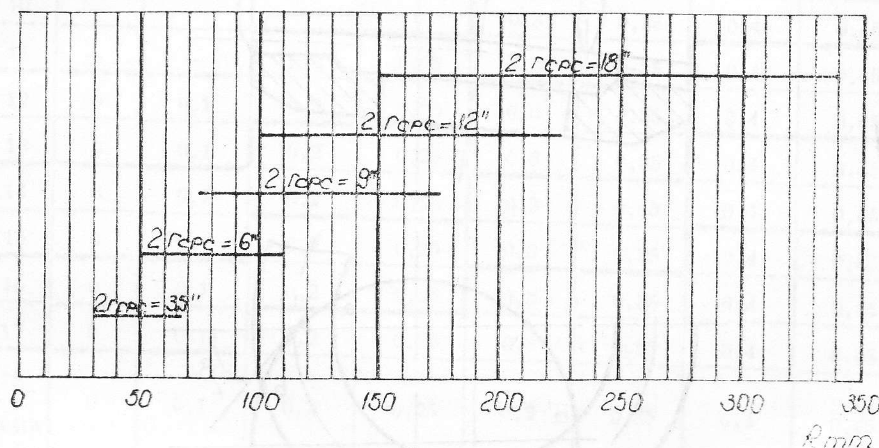


Fig. 2.50

După cum rezultă din această figură, fiecare angrenaj conic cu o lungime dată a generatoarei medii de divizare R poate fi prelucrat cu capete portcuțite cu raze mai mari sau mai mici decît R.

În cazul metodei bilaterale pentru angrenaje cu o construcție rigidă a arborelui și a lagărelor se poate folosi $r_{CPC} > R$, deoarece tendința de deplasare a petei de contact este mai mică datorită rigidității sporite.

Pentru construcții mai puțin rigide se va prefera $r_{CPC} < R$, întrucît în acest caz sîntem mai aproape de situația în care pata de contact este mai stabilă (vezi 2.3.4).

O restricție de care este necesar a se ține seama în calculul roților cu dantură de înălțime constantă este evitarea tăierii duble la prelucrare.

Tăierea dublă apare la prelucrarea roților conice cu un unghi mare al conului de divizare și constă în faptul că scula atacă coroana dințată în partea opusă dintelui prelucrat, arcul a'b' în fig. 2.51.

Pericolul tăierii duble apare la prelucrarea roții angrenajelor la care $i > 5$. Dacă apare o astfel de situație soluțiile sînt:

Mărirea diametrului capului portcuțite, admiterea unei scăderi a înălțimii dintelui spre interior avînd valori în limita admisă pentru teșirea

dinților din cazul ascuțirii, sau aplicarea unor metode de prelucrare cu înclinarea capului portcuțite.

Și în cazul roților cu dinți în arc de cerc de înălțime constantă se aplică metodele de tăiere bilaterală și unilaterală.

În cazul tăierii flanc cu flanc prin metoda unilaterală, atît la roată cît și la pinion poziția axei capului portcuțite se determină din condiția de a se asigura unghiul de înclinare dat (β) în punctul mediu al fiecărui flanc al dintelui atît la pinion cît și la roată (figura 2.27).

În cazul prelucrării prin metoda unilaterală grosimea în secțiunea normală a dintelui și lățimea în secțiunea normală a golului se micșorează de la exterior spre interior dar nu proporțional cu lungimea generatoarei conului de divizare (cum este cazul la dantura dreaptă) din cauza schimbării unghiului de inclinare a spirei în lungul dintelui.

Lățimea cea mai mică a golului evident se găsește la diametrul interior.

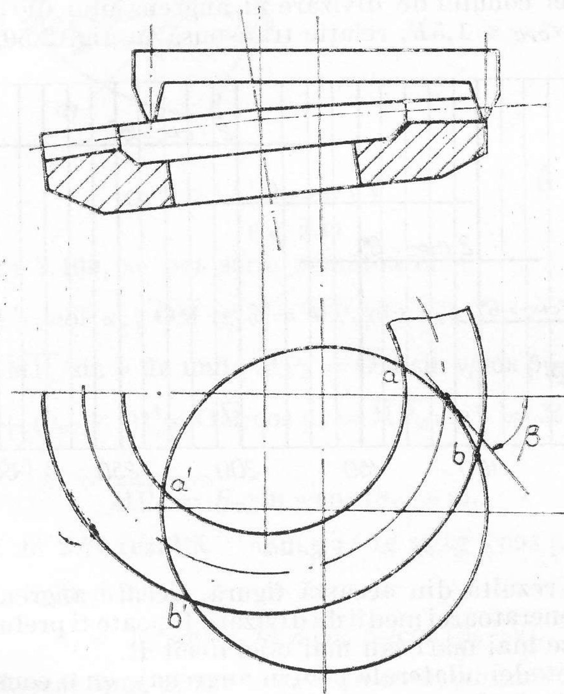


Fig. 2.51

În cazul tăierii roții prin metoda bilaterală, poziția capului portcuțite se determină din condiția asigurării unghiului spirei în puncul mediu al golului (figura 2.28).

Golul dintre dinți în acest caz este constant în toate secțiunile normale iar dintele are grosime variabilă.

Unghiul spirei în punctul mediu al flancului convex și unghiul spirei în punctul mediu al flancului concav sînt diferite.

Aceste unghiuri diferă față de unghiul spirei în punctul mediu al golului, unul în plus și unul în minus.

Pinionul pentru o roată tăiată prin metoda bilaterală va fi prelucrat prin metoda unilaterală și va trebui să asigure unghiurile de inclinare ale flancurilor concav și convex rezultate la roată.

Dintele pinionului trebuie să aibă în acest caz grosimea constantă în toate secțiunile, iar golul său este descrescător în lățime de la diametrul mare spre cel mic.

Pentru aceasta lățimea vîrfului cuțitelor pentru tăierea pinionului se verifică la secțiunea golului în capătul interior.

Coeficienții deplasării radiale a profilului (x_r) și coeficientul înălțimii capului dintelui (f_a) pentru roțile conice cu dinți în arc de cerc de înălțime constantă și unghiul de angrenare $\alpha_n = 20°$ sînt dați în tabelul 2.3.

Tabelul 2.3. **Coeficienții deplasării radiale a profilului și coeficienții înălțimii capului dintelui**

	z_1	Raportul de transmitere $i = z_2/z_1$								
		1,0	1,25	1,50	1,75	2,0...2,5	2,5...3,0	3,0...4,0	4,0...6,0	
	9	—	—	—	—	—	—	0,4	0,45	4
	10	—	—	—	—	0,3	0,35	0,4	0,45	3
4	11	—	—	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	
	12	0	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	2
3	13	0	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	
	14	0	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	1
2	15	0	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	
	16	0	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	
1	17	0	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	
	18 și peste	0	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	

În tabelul 2.3, z_2 este numărul de dinți al roții, iar z_1 numărul de dinți al pinionului.

Coeficienții deplasării radiale a profilului x_r se aleg pentru toate unghiurile de înclinare β și toate numerele de dinți ale pinioanelor numai în funcție de raportul de transmitere i (coloanele tabelului). La unghiul de înclinare a danturii $\beta = 35°$ coeficientul înălțimii capului dintelui f_a se alege în funcție de z_1 și i în modul următor:

Dacă punctul determinat de intersecția coloanei i cu rîndul z_1 se găsește sub linia 1 — 1 $f_a = 1,0$

între linia 1 — 1 și 2 — 2 $f_a = 0,9$

" " 2 — 2 și 3 — 3 $f_a = 0,8$

" " 3 — 3 și 4 — 4 $f_a = 0,7$

Valorile coeficienților deplasării tangențiale a profilului x_t pentru angrenajele cu unghiul între axe $\Sigma = 90°$ și unghiul de angrenare $\alpha_n = 20°$ sînt date în tabelul 2.4.

În acest tabel apar valori pentru deplasări tangențiale la unghiul de înclinare a dintelui $\beta = 0°$.

Precizăm că aceste roți conice cu dantură curbă dar cu unghiul de înclinare mediu zero, se numesc roți cu dantură zerol.

Prin caracteristicile lor funcționale aceste roți sînt foarte apropiate de roțile conice cu dantură dreaptă și o pot înlocui fără probleme atît din punct de vedere al capacității de a transmite efort cît și din punct de vedere al efortului axial exercitat pe lagăre.

Coeficienții deplasărilor de profil și limitele danturii după indicația autorilor sînt stabiliți astfel încît să asigure lipsa subtăierii și a ascuțirii dintelui [23].

Comparînd cu valorile stabilite de diverse firme care utilizează dantură de înălțime constantă, se remarcă că aceste valori sînt în general prudente, în alte recomandări mai noi existînd tendința de depășire a limitelor de mai sus.

Se poate deci concluziona că valorile prezentate sînt acoperitoare și un studiu atent al formei profilului prin metoda roții înlocuitoare sau prin metode analitice poate stabili limitele exacte și în ce condiții se pot extinde aceste limite.

Sinteza formulelor de calcul a danturii în arc de cerc cu înălțime constantă a dintelui pentru diferite metode de prelucrare este dată în tabelul 2.5.

Determinarea dimensiunilor conform acestui tabel presupune cunoașterea unor date inițiale stabilite din condiții cinematice și constructive, după cum urmează :

— Numărul de dinți al pinionului și al roții z_1 și z_2;
— Unghiul între axele angrenajului Σ;
— Modulul frontal la diametrul mare m_t;
— Unghiul de înclinare a spirei dintelui pe cercul mediu al roții plane de referință β;
— Unghiul de angrenare în secțiune normală α_n.

Calculele efectuate conform tabelului 2.5 sînt valabile și pentru unghiul între axe diferit de 90°. Deoarece valorile din tabelele 2.3 și 2.4 sînt determinate pentru angrenaje cu unghiul între axe de 90°, pentru angrenajele unghiulare se calculează angrenajul echivalent (vezi figura 2.12)

În cazul cînd se calculează un angrenaj cu unghiul axelor 90° angrenajul echivalent rezultă chiar angrenajul dat.

Elementele angrenajului echivalent sînt marcate în tabelul 2.5 cu indicele obișnuit urmat de cifra 90.

Pentru aplicarea calculelor prezentate în tabelul 2.5 mai sînt necesare o serie de precizări.

Astfel pentru a defini sensul spirei unei roți cu dantură conică curbă regula este următoarea :

Privind dinspre vîrful conului, dacă sensul de parcurgere a spirei este în sens orar, sensul spirei este dreapta și invers.

În cazul roților zerol regula este aceiași cu mențiunea că se ia în considerare sensul la ieșirea de pe dantură, prin similitudine și față de sensul curburii dintelui (fig. 2.52).

Indicarea în desen a elementelor danturii se face ca în fig. 2.53. Se remarcă un număr mare de calcule privind dimensiunile danturii pe roata plană. Acest lucru este necesar deoarece pentru reglarea cuțitelor pe capul portcuțite avem nevoie de cunoașterea exactă a formei golului. În cazul studierii profilului dintelui este posibil de obținut din aceste relații grosimea dintelui pe cercul de divizare (s) necesar în formulele 2.74...2.76.

Tabelul 2.5. **Calculul danturii în arc de cerc cu înălțime constantă a dintelui**

Nr. crt.	Elementul de calculat	Formulele de calcul	
		Pinion	Roată
1	Unghiul conului de divizare	$\mathrm{ctg}\,\delta_1 = z_2/(z_1 \sin\Sigma) + \mathrm{ctg}\,\Sigma$	$\mathrm{ctg}\,\delta_2 = z_1/(z_2 \sin\Sigma) + \mathrm{ctg}\,\Sigma$
2	Diametrul cercului de divizare	$d_1 = m_t z_1$	$d_2 = m_t z_2$
3	Lungime generatoare exterioară a conului de divizare	$R_e = d_1/2 \sin\delta_1 = d_2/2 \sin\delta_2$	
4	Lungimea dintelui pe generatoare (lățime dantură)	$b = k_b R_e$ unde $k_b = 0,2 \ldots 0,3$	
5	Lungime generatoare medie a conului de divizare	$R = R_e - 0,5\, b$	
6	Lungime generatoare interioară a conului de divizare	$R_i = R_e - b$	
7	Raportul lungimii generatoarei exterioare față de medie	$\lambda_e = R_e/R$	
8	Raportul lungimii generatoarei interioare față de medie	$\lambda_i = R_i/R$	
9	Modulul normal în punctul mediu al dintelui	$m_n = m_t \cos\beta/\lambda_e$	
10	Raportul de transmitere al angrenajului conic echivalent având unghiul axelor 90° și numărul de dinți al pinionului echivalent	$i_{90} = \sqrt{(z_2/z_1)(\cos\delta_1/\cos\delta_2)} = \mathrm{tg}\,\delta_{2-90}$ $z_{1-90} = z_1 \sin\delta_{2-90}/\cos\delta_1$	
11	Înălțimea capului dintelui	$h_{a1} = (f_a + x_r) m_n$	$h_{a2} = (f_a - x_r) m_n$
		x_r și f_a în tabelul 2.3. Valorile din tabel se aleg pentru i_{90} și z_{1-90}	
12	Înălțimea piciorului dintelui	$h_{f1} = (2f_a + c'_n) m_n - h_{a1}$	$h_{f2} = (2f_a + c_n) m_n - h_{a2}$
		$c'_n = 0,2 \ldots 0,25$ coeficientul jocului la picior	
13	Diametrul cercului de cap	$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} \cos\delta_1$	$d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} \cos\delta_2$
14	Înălțimea exterioară a conului de divizare	$H_{e1} = R_e \cos\delta_1$	$H_{e2} = R_e \cos\delta_2$
15	Înălțimea exterioară a conului de cap	$H_{a1} = H_{e1} - h_{a1} \sin\delta_1$	$H_{a2} = H_{e2} - h_{a2} \sin\delta_2$
16	Diametrul nominal al capului portcuțite	$D_{CPC} = 2r_{GPC}$ (v. fig. 2.50)	
17	Numărul de dinți al roții plane de referință	$z_0 = \sqrt{z_1^2 + (z_2 + z_1 \cos\Sigma)^2/\sin^2\Sigma}$	
18	Unghiul de înclinare spiră la exteriorul roții plane	$\sin\beta_e = [R_e + R(D_{CPC} \sin\beta - R)/R_e]/D_{CPC}$	
19	Unghiul de înclinare spiră la interiorul roții plane	$\sin\beta_i = [R_i + R(D_{CPC} \sin\beta - R)/R_i]/D_{CPC}$	

Tabelul 2.5. (continuare)

Nr. crt.	Elementul de calculat	Formulele de calcul	
		Pinion	Roată
25	Dimensiuni dinte și gol în secțiunea frontală la diametrul interior al roții plane	s_{ti1} = grosime dinte pinion s_{gti1} = lățime gol pinion	s_{ti2} = grosime dinte roată s_{gti2} = lățime gol roată
		unilateral $s_{ti1} = s_{gti2} = s_{ni1}/\cos \beta_i$	bilateral $s_{ti2} = s_{gti1} = s_{ni2}/\cos \beta_i$
		unilateral $s_{ti1} = s_{gti2} = s_{ni1}/\cos \beta_i$	unilateral $s_{ti2} = s_{gti1} = s_{ni2}/\cos \beta_i$
26	Verificarea la subtăiere. Înălțimea piciorului dintelui trebuie să fie mai mică decît valoarea din calculul de verificare	Calculul de verificare se execută la pinion cu formula: $h_f = R_i \sin^2\alpha_n \operatorname{tg} \delta_1 \cos \beta_i / \cos(\beta_i - \nu)$ unde $\sin \nu = \operatorname{tg} \alpha_n \operatorname{tg} \delta_1 \cos \beta_i$ Calculul se execută pentru două cazuri $+\alpha_n$ și $-\alpha_n$ $h_{f1} < h_f$ (pentru h_{f1} v. pct. 12)	

În afară de aceasta, la module mici, sub 2,5, îngustarea golului între dinți la capătul dinspre interiorul roții constituie o problemă dificilă de rezolvat, determinînd utilizarea unor scule cu lățimi mici la vîrf deci cu o durabilitate scăzută.

Acest fenomen apare și la module mai mari (3; 3,5) în cazul unor roți cu număr mare de dinți și deci cu o lățime mare a coroanei dințate, ceea ce determină micșorarea modulului la capătul dinspre interior al dintelui sub valoarea 2,5.

Deasemeni în cazul unor angrenaje cu rapoarte mari de transmitere, datorită apropierii roții de forma roții plane, apare pericolul tăierii duble la prelucrare.

Aceste limitări presupun în fiecare caz studierea atentă a geometriei angrenajului și alegerea metodei de prelucrare corespunzătoare.

2.6.1. Exemplu de calcul al unui angrenaj cu dantură conică în arc de cerc cu înălțimea dintelui constantă

Elementele cunoscute inițial:

— Numărul de dinți al pinionului și roții $z_1=27$ $z_2=48$

— Unghiul între axele angrenajului $\Sigma = 90°$

— Modulul frontal la diametrul mare $m_t = 4$

— Unghiul de înclinare al spirei pe cercul mediu al roții plane. $\beta = 35°$

— Unghiul de angrenare în secțiune normală $\alpha_n = 20°$

Desenul angrenajului și notațiile corespund cu figura 2.53.

Calculele sînt conform tabelului 2.5 și sînt redate în tabelul 2.7.

Valorile necesar a fi marcate pe desenele de execuție sînt indicate în tabelul 2.6.

Punctele 1...6, din tabelul 2.6, corespund datelor inițiale ale angrenajului, iar punctele 7 ... 13 valorilor calculate conform tabelului 2.5, în tabelul 2.7.

O roată dinţată conică cu dantură curbă se poate executa cu dantură de înălţime variabilă, sau cu dantură de înălţime constantă.

În cazul cînd realizăm dantură de înălţime constantă, după standardele sovietice, folosim o dantură avînd forma dintelui III.

După cum s-a văzut dantura conică curbă de înălţime constantă este o dantură teoretic exactă (profile perfect conjugate) iar dantura conică curbă de înălţime variabilă o dantură în care profilele dinţilor nu sînt perfect conjugate decît dacă se fac anumite corecţii la reglajele de execuţie, corecţii definite ca fiind aproximaţii de ordinul 1, 2 şi 3, după gradul de precizie al danturii de realizat.

Dantura conică curbă de forma I are o formă arbitrar aleasă, prin comparaţie cu dantura conică dreaptă la care prin această formă se obţine proporţionalitatea înălţimii dintelui cu modulul.

Datorită acestui fapt este clar că înălţimea variabilă a dintelui admite şi forme diferite de forma I, avînd ca limită înălţimea constantă a dintelui cînd se ajunge la forma exactă a danturii.

Cazurile posibile sînt ilustrate în figura 2.54, *a* şi *b*, cazuri în care după terminologia sovietică avem o dantură cu dinţi de forma II. După terminologia firmei Gleason avem o dantură cu fundul dintelui înclinat (Tilted Root Line) sau prescurtat TRL.

Forma dintelui I este forma uzuală pentru dantura conică dreaptă.

Dantura conică curbă de forma I se utilizează mai puţin prezentînd unele dezavantaje şi ea reprezintă istoric prima etapă de dezvoltare a danturii conice curbe.

Forma dintelui II se utilizează numai la danturile conice curbe.

Datorită posibilităţii de variaţie a unghiului conului de fund al danturii, ea permite obţinerea unei forme optime a dintelui aplicînd metoda de prelucrare de cea mai mare productivitate, respectiv metoda bilaterală.

Forma dintelui III (dinţi de înălţime constantă) se utilizează mult în construcţia de maşini prezentînd avantajul unor reglaje de prelucrare teoretic exacte şi a simplităţii nomenclatorului de scule, dar avînd şi unele limitări după cum s-a văzut la capitolul respectiv.

Revenind la dantura de forma I aceşti dinţi pot fi obţinuţi, în cazul danturii în arc de cerc, prin prelucrare unilaterală (flanc cu flanc), la ambele roţi ale angrenajului, sau prin prelucrare bilaterală simplă (bilaterală la roată şi unilaterală la pinion).

Deşi aplicarea metodei unilaterale la ambele roţi ale angrenajului poate asigura o îngustare egală dintelui şi golului, (denumită îngustare obişnuită normală) această metodă este mai puţin productivă din necesitatea de a se prelucra fiecare flanc în parte. Metoda este recomandată la angrenaje unicate sau angrenaje de mare precizie, în practică la producţia de serie şi chiar la unicate preferîndu-se însă metoda bilaterală simplă.

Această metodă, datorită prelucrării simultane a ambelor flancuri ale golului între dinţii roţii, asigură o productivitate mai mare.

Evident productivitatea prelucrării unui angrenaj este în acest caz cu atît mai mare cu cît pinionul are un număr mai mic de dinţi în raport cu numărul de dinţi al roţii.

Aplicarea metodei bilaterale simple în cazul danturii de înălţime variabilă standard, respectiv forma I, duce în multe cazuri însă la o formă a dintelui mai puţin corespunzătoare din punct de vedere al îngustării longitudinale.

Tabelul 2.7 (continuare)

Nr. crt.	Pinion	Roată
25	unilateral $s_{ti1} = 5{,}0318098/\cos 27{,}752634°$ $s_{ti1} = 5{,}6858779$	unilateral $s_{ti2} = 3{,}060056/\cos 27{,}752634°$ $s_{ti2} = 3{,}4578224$
	unilateral $s_{ti1} = 4{,}5790681/\cos 27{,}752634°$ $s_{ti1} = 5{,}1742858$	unilateral $s_{ti2} = 3{,}5127966/\cos 27{,}752634°$ $s_{ti2} = 3{,}9694132$
26	$\sin \nu = \pm \mathrm{tg}\, 20°\, \mathrm{tg}\, 29{,}357754° \cos 27{,}752634°$ $\sin \nu = \pm 0{,}1811819$ $h_f = 80{,}14536 \sin^2 20°\, \mathrm{tg}\, 29{,}357754° \cos 27{,}752634°/\cos(27{,}752634° \mp 10{,}438609°)$ $h_f = 4{,}6669204/\cos 17{,}314025$ $h_f = 4{,}888425$ $h_{f1} = 2{,}830387$ deci $h_{f1} < h_f$.	$\nu = \pm 10{,}438609°$ $h_f = 4{,}6669204/\cos 38{,}191243°$ $h_f = 5{,}937924$

2.7. Angrenaje conice cu dantură curbă în arc de cerc cu înălțimea dintelui variabilă

După cum s-a precizat anterior, dantura conică curbă la care generatoarea conului de fund trece prin vîrful conului de divizare este o dantură de înălțime variabilă standard, sau după literatura tehnică sovietică dantură avînd forma dintelui I.

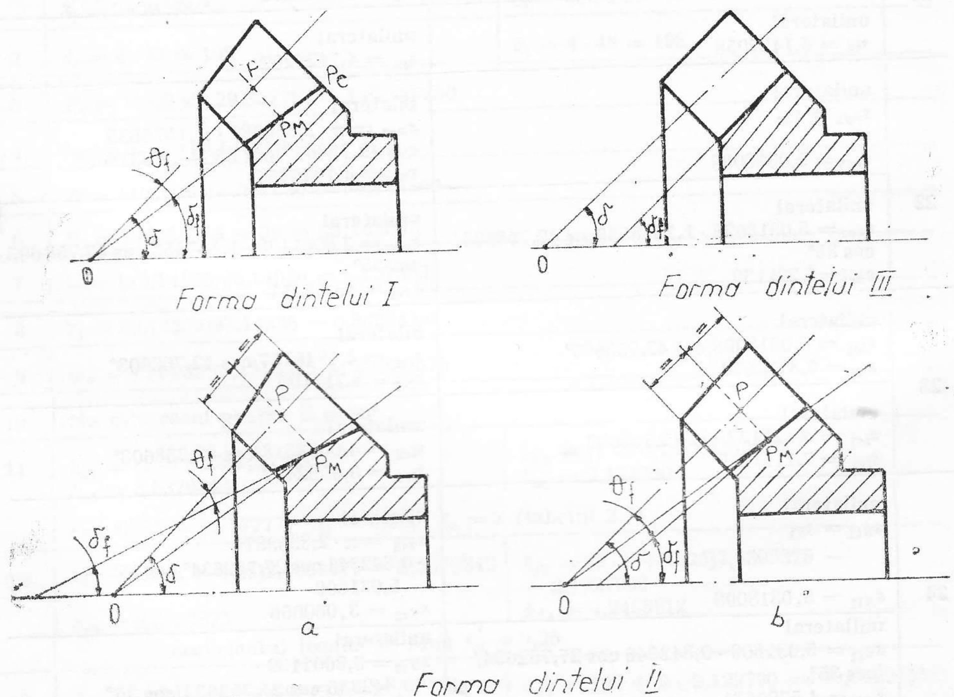


Fig. 2.54

În fig. 2.55 sînt prezentate formele de dinte care se pot obține din punct de vedere al îngustării, forme dependente de metoda de prelucrare și de caracteristicile geometrice ale angrenajului.

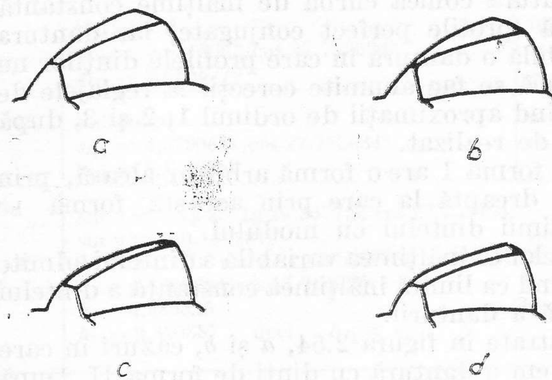


Fig. 2.55

Aceste forme sînt : a și b — îngustare obișnuită, c — îngustare inversă, d — îngustare optimă.

Îngustarea obișnuită poate fi : îngustare obișnuită normală (a), sau îngustare obișnuită anormală (b).

Îngustarea obișnuită normală se obține în cazul prelucrării ambelor roți prin metoda unilaterală caz în care îngustarea golului între dinți și a plinului dintelui se pot face egale fiind jumătate din îngustarea fundamentală. În acest caz unghiul de înclinare al flancurilor pe cercul mediu al roții plane este egal la ambele flancuri (v. fig. 2.27).

Îngustarea obișnuită anormală apare în cazul prelucrării bilaterale, dintele îngustîndu-se prea mult în capătul d'n interior datorită lățimii constante a golului între dinți. În această situație unghiurile de înclinare ale flancurilor pe cercul mediu nu mai sînt egale (v. fig. 2.28).

Forma optimă a dintelui, deci îngustarea optimă în acest caz, se consideră că se obține atunci cînd fațeta rezultată pe vîrful dintelui este constantă la roata prelucrată bilateral. Aceasta se obține atunci cînd unghiurile de înclinare pe flancurile dintelui sînt aduse să fie egale, după cum s-a demonstrat în capitolul 2.4.

Executarea într-un angrenaj conic cu dantură de forma I a roții prin metoda bilaterală, deci cu lățimea golului la fund constantă, conduce la vîrful dintelui cu lățime variabilă.

Pinionul prelucrîndu-se unilateral este realizat în acest caz cu lățimea dintelui la vîrf constantă și lățimea golului la fund variabilă. Metoda bilaterală simplă este deci eficientă și economică dar ea se realizează, în cazul formei I, cu unele compromisuri deoarece în dantura conică există o îngustare fundamentală, îngustare ce reprezintă diferența dintre pasul exterior și pasul interior.

Analiza relațiilor ce exprimă mărimea golului la fund la pinion poate indica metoda de ameliorare a influenței îngustării.

Aceste relații sînt :

$$w_{1e}=\left[\frac{R_e}{R}\cdot\frac{\cos\beta_e}{\cos\beta}, p_n\right]-[(h_{fe1}+h_{fe2})\,2\ \mathrm{tg}\ \alpha_n]-[w_{e2}]+\left[\frac{j_n}{\cos\alpha_n}\right], \tag{2.77}$$

w_{1e} — lățimea golului la fund dantură pinion în capătul exterior,
p_n — pasul normal în punctul mediu al danturii,
h_{fe_1} — înălțimea piciorului dintelui în capătul exterior la pinion

h_{fe2} — înălţimea piciorului dintelui în capăt exterior la roată,
w_{e2} — lăţimea golului la fund dantură roată în capătul exterior,
j_n — jocul normal între flancurile dinţilor.

$$w_{1i} = \left[\frac{R_i}{R} \cdot \frac{\cos \beta_i}{\cos \beta} : p_n \right] - [(h_{fi1} + h_{fi2})\, 2 \operatorname{tg} \alpha_n] - [w_{i2}] +$$

$$+ \left[\frac{R_i}{R_e} \cdot \frac{\cos \beta_i}{\cos \beta_e} \cdot \frac{j_n}{\cos \alpha_n} \right], \qquad (2.78)$$

w_{1i} — lăţimea golului la fund dantură pinion în capătul interior,
h_{fi1} — înălţimea piciorului dintelui în capătul interior al danturii la pinion,
h_{fi2} — înălţimea piciorului dintelui în capătul interior al danturii la roată.

Întrucît roata se prelucrează prin metoda bilaterală lăţimea golului pe fundul danturii este constant pe întreaga lăţime a roţii, deci

$$w_{e2} = w_{i2} = w_2.$$

Orice schimbare a valorii lăţimii w_2 va modifica şi lăţimea corespunzătoare a golului la fund la pinion, respectiv w_{1e} şi w_{1i}.

Făcînd diferenţa $w_{1e} - w_{1i}$ se observă însă că această diferenţă, respectiv îngustarea golului, nu depinde de mărimea golului la roată, expresia avînd numai parametri independenţi de lăţimea golului la fundul danturii roţii.

$$w_{1e} - w_{1i} = (R_e \cos \beta_e - R_i \cos \beta_i) \left(\frac{p_n}{R \cos \beta} + \frac{j_n}{R_e \cos \beta_e \cos \alpha_n} \right) -$$

$$- 2 \operatorname{tg} \alpha_n [\Sigma hf_e + \Sigma hf_i]. \qquad (2.79)$$

Analizînd această relaţie se remarcă posibilitatea de a modifica îngustarea golului la pinion prin modificarea mărimii piciorului dinţilor din termenul al doilea al expresiei.

Acest lucru se face rotind linia de fund a danturii de forma I în jurul unui punct care se admite ca fiind punctul mediu (P_M fig. 2.54) ceea ce conduce la modificarea înălţimii piciorului dinţilor la ambele capete.

Metoda este cunoscută sub denumirea abreviată TRLM.

Linia de fund a danturii poate fi rotită în jurul oricărui punct de pe fundul danturii. Astfel în prima etapă de aplicare a acestui principiu rotirea se făcea în jurul punctului din exteriorul danturii (P_e fig. 2.54) caz în care abrevierea era TRLL.

În prezent se preferă sistemul TRLM acesta conducînd la o formă mai convenabilă a dintelui spre capătul interior al danturii.

În practică pentru un angrenaj dat, calculul de stabilire a parametrilor danturii nu se face luînd în considerare înălţimea piciorului dinţilor ci suma unghiurilor piciorului dinţilor $\Sigma\, \theta_f = \theta_{f1} + \theta_{f2}$.

La prima vedere s-ar părea că datorită lăţimilor constante la fundul danturii, la ambele roţi ale angrenajului, se poate aplica prelucrarea dublă bilaterală.

În realitate datorită faptului că dantura de înălţime variabilă nu este teoretic exactă, spre a se obţine conjugarea profilelor, se execută şi în acest caz unilateral pinionul.

Prelucrînd unilateral pinionul se execută corecţii ale reglajelor de bază, corecţii ce sînt diferite şi de sens contrar la flancurile dintelui. Atît la dantura de forma II prelucrată bilateral simplu cît şi la cea prelucrată dublu bilateral se urmăreşte egalizarea unghiurilor de înclinare pe flancurile dintelui.

În această situaţie se ajunge atunci cînd parametrii danturii satisfac relaţia 2.63 respectiv,

$$\Sigma\,\theta_{fD} = \theta_{f1} + \theta_{f2} = \frac{10\,800}{z_0 \operatorname{tg} \alpha_n \cos\beta} \cdot \left(1 - \frac{R \sin\beta}{r_{CPC}}\right) \text{minute.} \quad (2.80)$$

În cazul prelucrării dublu bilaterale (deci lăţimea golului la fundul danturii este constantă la ambele roţi), din cauza abaterilor inerente danturii conice curbe de înălţime variabilă şi care nu mai pot fi corectate în mod corespunzător, metoda este admisă numai pentru module mici şi precizii mai scăzute ale danturii.

După cum se observă din relaţia 2.80 schimbarea mărimii capului portcuţite produce influenţe asupra sumei unghiurilor de picior $\Sigma\,\theta_{fD}$ la care se produce efectul „Duplex" respectiv egalizarea unghiurilor de înclinare pe flancuri şi egalizarea lăţimii golului la fundul danturii pinionului şi a vîrfului dintelui roţii.

În figura 2.56 se ilustrează această influenţă legată de mărimea capului portcuţite în raport cu lungimea generatoarei comune după cum urmează :

a) $\Sigma\theta_{fstd}$ pentru înălţimea variabilă standard.

b) $\Sigma\theta_f$ pentru cazul TRLM prelucrat cu cap portcuţite avînd raza mai mare decît lungimea generatoarei comune medii R.

Rezultă $\Sigma\theta_{fTRLM} > \Sigma\theta_{fstd}$.

c) $\Sigma\,\theta_f$ pentru cazul TRLM prelucrat cu cap portcuţite avînd raza mai mică decît lungimea generatoarei comune medii R.

Rezultă $\Sigma\,\theta_{fTRLM} < \Sigma\,\theta_{fstd}$

Din formula 2.80 se observă că atunci cînd raza capului portcuţit $r_{CPC} = R \sin\beta$ rezultă $\Sigma\,\theta_f = 0$ deci se ajunge la o dantură de înălţime constantă.

Această dantură de înălţime constantă la care se respectă relaţia $r_{CPC} = R \sin\beta$ este încadrată ca dantură de forma II (fig. 2.54).

Deoarece capetele portcuţite sînt normalizate se lucrează în realitate cu capete portcuţite stabilite conform relaţiei transpuse în figura 2.50, respectiv $R/1{,}5 \leq r_{CPC} \leq 1{,}5R$, avînd deaface în acest caz cu o dantură de înălţime constantă de forma III.

Este interesant de remarcat că la dantura în arc de cerc curbura dintelui evoluează între limita $r_{CPC} = R \sin\beta$, cînd arcul de cerc al dintelui aproximează o evolventă şi $r_{CPC} = R/\sin\beta$ cînd arcul de cerc al dintelui aproximează o spirală logaritmică. Pentru $r_{CPC} = R$ arcul de cerc al dintelui aproximează o spirală arhimedică.

Pentru cazul TRLM stabilirea mărimii $\Sigma\,\theta_f$ se face cu relaţiile :)

$$\Sigma\,\theta_{fT} = 1{,}3 \cdot \Sigma\,\theta_{fstd} \text{ cînd } z_1 \geqslant 12, \tag{2.81}$$

$$\Sigma\,\theta_{fT} = (1{,}06 + 0{,}02\,z_1)\,\Sigma\,\theta_{fstd} \text{ cînd } z_1 < 12.$$

$\Sigma\,\theta_{fstd}$ – suma unghiurilor piciorului dinţilor în cazul danturii de forma I.

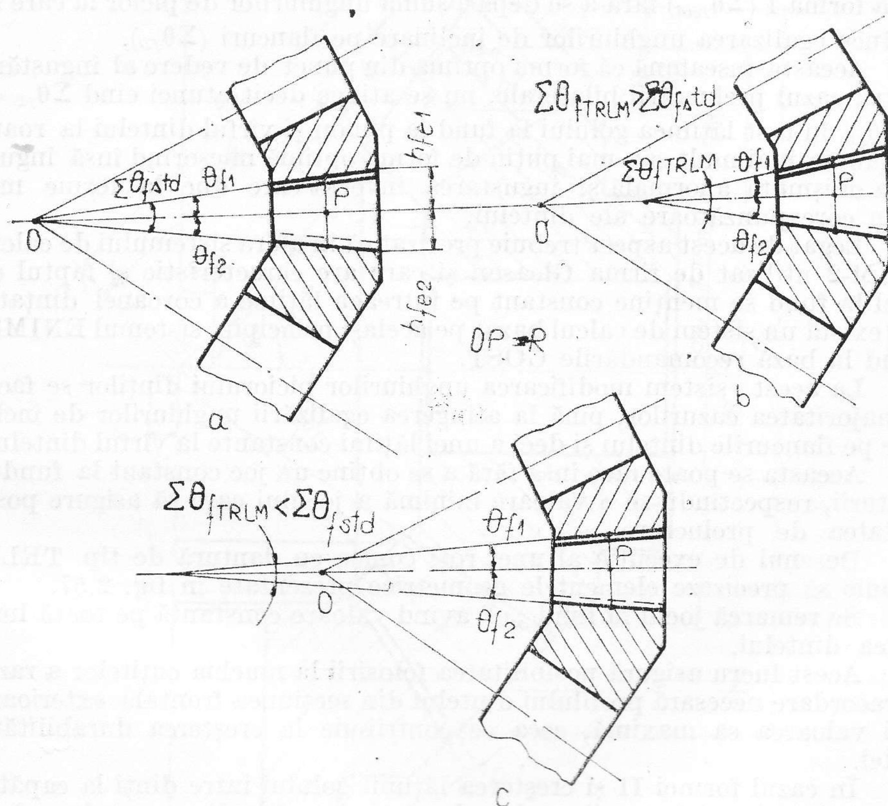


Fig. 2.56

Pentru $\Sigma\,\theta_{fTRLM}$ se alege valoarea cea mai mică dintre $\Sigma\,\theta_{fD}$ şi $\Sigma\theta_{fT}$ (relaţiile 2.80 şi 2.81) neadmiţindu-se însă valori negative.

În general spre a se încadra în valorile acestea se poate acţiona prin mărimea razei capului portcuţite r_{CPC} din relaţia 2.80.

În cazul TRLM stabilindu-se, pentru un angrenaj dat, o valoare a sumei unghiurilor de picior se pune problema stabilirii valorilor pentru unghiurile θ_{f1} şi θ_{f2}.

Iniţial această sumă se împărţea în mod egal între roţile angrenajului, metoda de calcul corespunzătoare fiind cunoscută ca TRLM-1.

În prezent se preferă ca unghiul de picior să fie proporţional cu înălţimea capului dintelui roţii pereche, metoda de calcul fiind abreviată TRLM-2.

În acest caz relațiile de calcul sînt :

$$\theta_{f1} = \Sigma\theta_f\ [h_{am2}/(h_{am1} + h_{am2})],$$

$$\theta_{f2} = \Sigma\theta_f\ [h_{am1}/(h_{am1} + h_{am2})]. \quad (2.82)$$

Aplicînd conceptul TRLM se observă din relațiile 2.81 că suma unghiurilor de picior ($\Sigma\theta_{fT}$) se face în raport cu suma unghiurilor de picior, de la forma I ($\Sigma\theta_{fstd}$) fără a se depăși suma unghiurilor de picior la care se produce egalizarea unghiurilor de înclinare pe flancuri ($\Sigma\theta_{fD}$).

Aceasta înseamnă că forma optimă din punct de vedere al îngustării pentru cazul prelucrării bilaterale, nu se atinge decît atunci cînd $\Sigma\theta_{fT} = \Sigma\theta_{fD}$ în rest lățimea golului la fund la pinion și vîrful dintelui la roată se apropie mai mult sau mai puțin de forma optimă micșorînd însă îngustarea obișnuită anormală și îngustarea inversă care duc la forme mai puțin corespunzătoare ale dintelui.

Legat de acest aspect trebuie precizat că în afara sistemului de calcul TRLM-2 utilizat de firma Gleason și care are caracteristic și faptul că jocul la fund se menține constant pe întreaga lățime a coroanei dințate, mai există un sistem de calcul bazat pe același principiu, sistemul ENIMS, avînd la bază recomandările GOST.

La acest sistem modificarea unghiurilor piciorului dinților se face, în majoritatea cazurilor, pînă la atingerea egalizării unghiurilor de înclinare pe flancurile dintelui și deci a unei lățimi constante la vîrful dintelui. Aceasta se poate face însă fără a se obține un joc constant la fundul danturii, respectîndu-se o valoare minimă a jocului care să asigure posibilitatea de prelucrare.

Desenul de execuție al unei roți conice cu dantură de tip TRLM trebuie să precizeze elementele geometrice prezentate în fig. 2.57.

Se remarcă jocul la fund „c" avînd valoare constantă pe toată lungimea dintelui.

Acest lucru asigură posibilitatea folosirii la muchia cuțitelor a razei de racordare necesară profilului dintelui din secțiunea frontală exterioară deci valoarea sa maximă, ceea ce contribuie la creșterea durabilității sculei.

În cazul formei II și creșterea lățimii golului între dinți la capătul dinspre interior al danturii conduce la efecte benefice din punct de vedere al productivității, prin sporirea durabilității cuțitelor datorită creșterii lățimii lor la vîrf, iar din punct de vedere calitativ se poate obține o calitate ameliorată a suprafeței dinților prin posibilitatea de a se lăsa pe flancuri adaosuri de finisare de grosime uniformă pe întreaga lungime a dintelui.

În ceea ce privește execuția, dantura de înălțime variabilă, nefiind teoretic exactă, necesită o serie de corecții pentru a se obține conjugarea profilelor dinților. Calculul reglajelor pentru frezare și rectificare dantură incluzînd și corecțiile sub forma aproximațiilor de ordinul 1, 2, și 3, însumează cca 500 relații de calcul.

Realizarea unui contact corect alflancurilor conjugate necesită în final o fază de analiză denumită „Dezvoltarea petei de contact" acțiune care la rîndul său însumează și ea un număr de peste 100 de relații de calcul. Acest volum mare de calcule presupune executarea sa pe calculator.

În caz contrar, în lipsa programului de calcul, consumul mare de timp pentru pregătirea fișelor de reglaj la execuție constituie un impediment ce nu poate fi neglijat în decizia de folosire a danturii de înălțime variabilă, dacă se dorește un angrenaj de calitate.

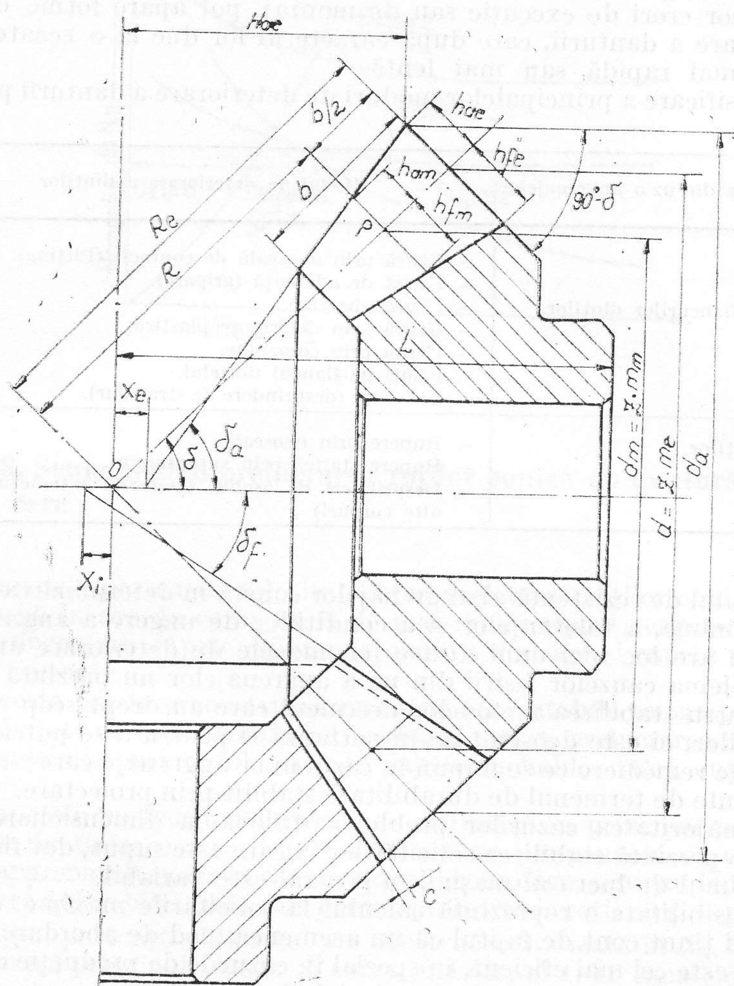


Fig. 2.57

2.8. Calculul de rezistență al angrenajelor conice

Angrenajele conice sînt organe de mașini foarte complexe și calculul lor de rezistență trebuie să asigure o durabilitate corespunzătoare, în caz contrar înlocuirea presupunînd operații complexe care nu pot fi executate decît în condiții de dotare cu verificatoare special destinate acestui scop.

Un angrenaj conic bine proiectat, bine executat, bine montat și avînd o ungere corespunzătoare, trebuie să prezinte în zona de contact

a dinților o suprafață lucioasă fără denivelări palpabile între zona de contact și restul suprafeței.

Scoaterea din funcțiune a angrenajului, în majoritatea cazurilor, se datorește deteriorării danturii.

La un angrenaj conic datorită solicitărilor complexe, precum și datorită unor erori de execuție sau de montaj, pot apare forme diferite de deteriorare a danturii, care după caracterul lor duc la o scoatere din funcțiune mai rapidă sau mai lentă.

O clasificare a principalelor moduri de deteriorare a danturii poate fi următoarea :

Cauze de ieșire din uz a angrenajelor	Modul de deteriorare a dinților
Distrugerea flancurilor dinților,	— Uzură prin oboseală de contact. (Pitting). — Uzură de aderență (gripare). — Uzură abrazivă. — Uzură prin deformare plastică. — Uzură prin coroziune. — Fisuri pe flancul dintelui. — Exfoliere (desprindere de strat dur).
Ruperea dinților.	— Rupere prin oboseală. — Rupere statică prin suprasarcini. — Desprinderi de așchii. (Datorită interacțiunii cu alte corpuri)

Calculul de rezistență al angrenajelor constă în determinarea dimensiunilor minime, a toleranțelor și a condițiilor de ungere a angrenajului la care nu are loc nici unul dintre fenomenele de deteriorare amintite.

Problema cauzelor ieșirii din uz a angrenajelor nu prezintă interes numai pentru stabilirea metodelor de calcul care au drept scop evitarea deteriorărilor, ci este deosebit de importantă și pentru a se putea stabili măsurile de remediere ce se impun în cazul unor angrenaje care s-au deteriorat înainte de termenul de durabilitate stabilit prin proiectare.

În majoritatea cazurilor problema dificilă la dimensionarea unui angrenaj o prezintă stabilirea solicitărilor la care este supus, dat fiind faptul că regimul de lucru al mașinii în general este variabil.

O posibilitate o reprezintă calculul la solicitările maxime, dar trebuie totuși ținut cont de faptul că un asemenea mod de abordare al problemei nu este cel mai eficient, în special în cazurile de producție de mare serie cînd se implică mari valori materiale în fabricație.

Un mod mai eficient, dar mai laborios, de studiu al unui angrenaj îl constituie desfășurarea calculului pe un domeniu care acoperă regimurile posibile de funcționare, după cum s-a ilustrat în fig. 2.58.

Într-o asemenea diagramă, viteză — încărcare, se pot reprezenta domeniile în care poate fi preponderentă o cauză sau alta a deteriorării și dimensionarea se poate face mult mai judicios. Acest mod de abordare a problemei este mai laborios dar în condițiile existenței mijloacelor de calcul moderne nu poate reprezenta un impediment, cu condiția existenței unor programe de calcul corespunzătoare.

Literatura noastră tehnică a abordat aceste probleme și un calcul de rezistență al angrenajelor conice poate fi efectuat după metodica prezentată în lucrarea [45].

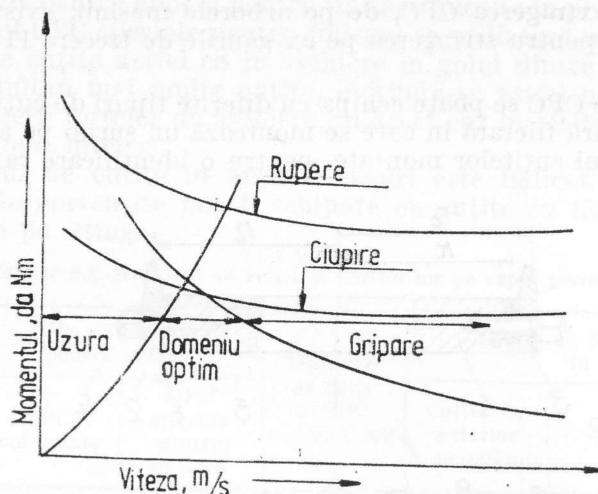


Fig. 2.58

2.9. Scule pentru prelucrarea roților conice cu dantură curbă în arc de cerc

Capetele portcuțite folosite pentru prelcrarea roților conice cu dantură curbă în arc de cerc pot fi de mai multe tipuri; capete bilaterale pentru degroșare capete bilaterale pentru finisare și capete unilaterale pentru finisare.

Aceste capete se construiesc cu cuțite demontabile pentru prelucrarea roților dințate cu dimensiuni medii și mari, pentru prelucrarea roților dințate de mici dimensiuni folosindu-se capete monobloc (fără cuțite demotabile).

Capetele portcuțite bilaterale se utilizează în principal pentru prelucrările de finisare a roții, (avem în vedere componenta de dimensiuni mari a angrenajului), iar în cazul operațiilor de degroșare sau la metoda de prelucrare dublu bilaterală, atît pentru prelucrarea roții cît și a pinionului.

Capul portcuțite bilateral are construcția indicată în fig. 2.59.

Partea principală a CPC o constituie corpul 1. În canalele existente pe periferie se montează cuțitele 2 și 3 ele fiind strînse cu șuruburile 4. Capetele bilaterale sînt echipate cu două tipuri de cuțite; cuțite cu tăiere interioară 2 și cuțite cu tăiere exterioară 3. Cuțitele cu tăiere interioară așchiază flancul convex al dintelui iar cele cu tăiere exterioară flancul concav.

Poziția radială a cuțitelor se reglează cu ajutorul penelor 5 și a calelor 6. Penele pot fi deplasate cu ajutorul șurubului de reglaj 7. Penele de reglaj se găsesc la toate locașele, mai puțin două locașe vecine la care cuțitele au poziție fixă obținută numai prin cale de reglaj. În acest fel se creiază pe CPC două cuțite etalon 8 și 9, din care unul de exterior și unul de interior.

În raport cu aceste cuțite se execută reglajul poziției radiale a restului de cuțite.

Pentru extragerea CPC, de pe arborele mașinii, există două găuri filetate 10 iar pentru stringerea pe ax găurile de trecere 11 a șuruburilor de prindere.

Deoarece CPC se poate echipa cu diferite tipuri de cuțite, mai există deobicei o gaură filetată în care se montează un șurub pe al cărui cap se marchează tipul cuțitelor montate, pentru o identificare rapidă.

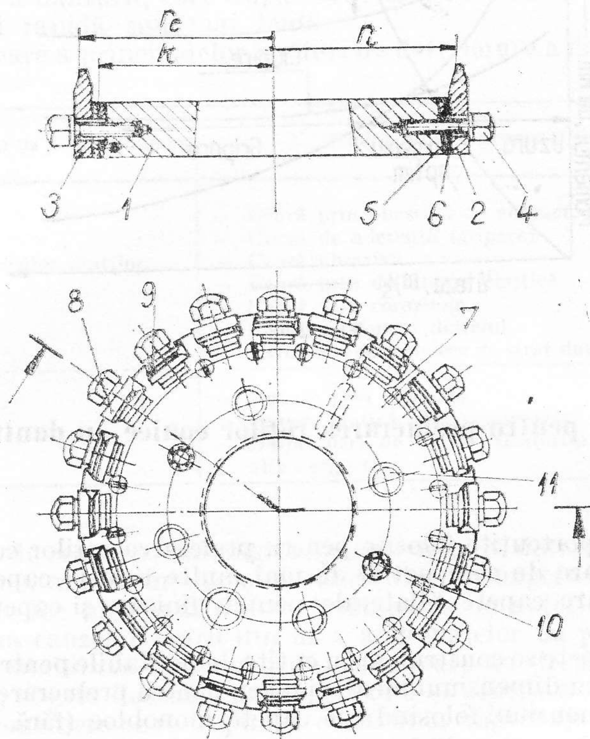


Fig. 2.59

Vîrfurile muchiilor tăietoare a cuțitelor de interior și exterior se găsesc la diferite distanțe r_i și r_e față de axa CPC și care se denumesc raze generatoare. Diferența intre aceste două raze constituie decalajul cuțitelor.

Raza medie $r_{CPC} = 0{,}5(r_e + r_i)$ se numește rază nominală a capului.

Mărimea diametrelor nominale a CPC, ($D_{CPC} = 2r_{CPC}$) este normalizată avînd următoarele valori: $3\frac{1''}{2} = 88{,}9$ mm; $6'' = 152{,}4$ mm; $7\frac{1''}{2} = 190{,}5$ mm; $9'' = 228{,}6$ mm; $12'' = 304{,}8$ mm și $18'' = 451{,}2$ mm.

Capul portcuțite de $7\frac{1''}{2}$ fiind relativ apropiat de dimensiunile vecine se utilizează de regulă numai în producția de mare serie.

În ceea ce privește numărul de cuțite montate pe un cap portcuțite, există CPC universale care se utilizează în producția de mică serie și care au un număr mai mare de cuțite folosindu-se atît la eboș cît și la finisare

şi CPC speciale pentru eboş şi pentru finisare folosite în producţia de mare serie. În cazul CPC speciale pentru finisare se utilizează uneori un număr mai redus de cuţite astfel ca în aşchiere în golul dintre dinţi să nu se găsească simultan mai multe cuţite, evitîndu-se astfel unele distorsiuni datorite creşterii forţelor de aşchiere, în acest caz lucrîndu-se cu regimuri de aşchiere mai intense.

Numărul de cuţite în ambele cazuri este indicat în tabelul 2.8.

Capetele portcuţite pot fi echipate cu cuţite cu tăiere pe dreapta sau cu tăiere pe stînga.

Tabelul 2.8. **Numărul de cuţite şi poziţia lor pe capul portcuţite**

Diametrul nominal al *CPC* în ţoli	Nr. de locaşe pentru cuţite		Distanţa de bază a *CPC* $k \pm 0{,}01$ mm	Distanţa de bază a cuţitelor în mm	
	CPC universale	*CPC* speciale pentru finisare		Cuţite de exterior $b_e \pm 0{,}01$ mm	Cuţite de interior $b_i \pm 0{,}01$ mm
$3\frac{1}{2}''$	8	—	37,060	4,48	5,24
6″	12	—	67,724	4,92	6,06
$7\frac{1}{2}''$	12	—	84,010	7,56	7,94
9″	16	12	103,055	7,56	7,94
12″	20	16	138,940	8,38	9,40
18″	24	20	211,060	8,09	12,92

Dacă privim un cap portcuţite din faţă, în cazul tăierii pe dreapta sensul său de rotaţie este antiorar, iar în cazul tăierii pe stînga în sensul acelor de ceas.

La prelucrare se pot folosi ambele feluri de CPC deoarece de sensul tăierii depinde numai sensul forţelor de aşchiere care acţionează asupra semifabricatului şi a capului portcuţite.

Dacă sensul tăierii este acelaşi cu sensul spirei danturii de prelucrat, atunci forţa este îndreptată spre dispozitivul de prindere şi invers.

Alegerea sensului de tăiere se recomandă a se face, în cazul producţiei de serie mare, conform tabelului 2.9.

În producţia de serie mică pentru a simplifica nomenclatura de scule se foloseşte în toate cazurile tăierea pe dreapta, dar în acest caz trebuiesc reduse regimurile de aşchiere în situaţia cînd substituie sensul de tăiere pe stînga.

Corpul capetelor portcuţite este acelaşi, sensul de tăiere obţinîndu-se numai din cuţitele montate, respectiv, canalele de aşezare a cuţitelor sînt simetrice faţă de planul radial al corpului.

În ceea ce priveşte unghiul de angrenare nominal, în general se foloseşte $\alpha = 20°$ dar în unele cazuri speciale se utilizează şi alte valori, ca de exemplu $\alpha = 17°30'$ sau $\alpha = 22°30'$.

Tabelul 2.9. **Sensul de tăiere recomandat**

Tipul piesei de prelucrat	Raportul de transmitere a angrenajului de prelucrat	Sensul spirei	Sensul de tăiere recomandat
Roata	2:1 și mai mare	Dreapta	Dreapta
		Stînga	Stînga
Roata	Peste 1:1 pînă la 2:1	Dreapta	Stînga
		Stînga	Dreapta
Roată și pinion	1:1	Dreapta	Stînga
		Stînga	Dreapta
Pinion	Peste 1:1	Dreapta	Stînga
		Stînga	Dreapt

Capetele portcuțite bilaterale au pentru un diametru nominal un singur corp caracterizat prin cota K și prin numărul de canale pentru cuțite, (v. tabelul 2.8).

Cuțitele de exterior cît și de interior sînt prezentate în fig. 2.60.

Suprafețele laterale, atît cea așchietoare cît și cea neașchietoare, sînt detalonate.

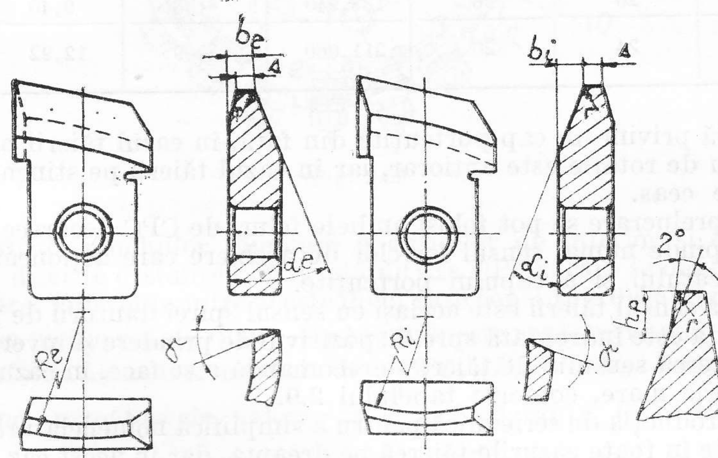


Fig. 2.60

Razele R_e și R_i teoretic trebuie să fie egale cu razele generatoare de pe CPC r_e și r_i, dar practic se execută cu raza nominală a CPC. Reglarea cuțitelor la razele r_e și r_i se face prin cale și pene de reglaj.

Cuțitul se caracterizează prin distanța sa de bază b_e sau b_i avînd valoare fixă strîns tolerată din execuție.

Aceste valori sînt indicate în tabelul 2.8.

Fiecare cuţit este caracterizat printr-un număr care exprimă corecţia unghiului de angrenare faţă de unghiul nominal. Dacă α_e sau α_i sînt unghiurile de angrenare reale ale cuţitelor, $\alpha_e = \alpha - \Delta\alpha$ şi $\alpha_i = \alpha + \Delta\alpha$.

În aceste relaţii α este unghiul de angrenare nominal, iar $\Delta\alpha$ unghiul de corecţie în minute obţinut din relaţia $\Delta\alpha = 10N$, N fiind numărul cuţitului.

Fiecare cuţit are o anumită grosime la vîrf s (v. fig. 2.60) şi o rază de racordare r a muchiei.

În mod obişnuit cuţitele sînt prevăzute la vîrf şi cu protuberanţă avînd înălţimea h_p pentru evitarea apariţiei pragurilor, pe flancul dintelui, la operaţia de rectificare a danturii.

Mărimea grosimii la vîrf se alege în funcţie de decalajul cuţitelor. În cazul finisării se recomandă ca grosimea la vîrf şi raza de racordare în funcţie de decalajul cuţitelor să fie cele indicate în tabelul 2.10.

Pentru a se aşeza cuţitele la decalajul necesar, se folosesc calele de reglaj şi penele de reglaj ce echipează capul portcuţite.

Tabelul 2.10. **Grosimea şi raza de rotunjire la vîrful cuţitelor**

Grosimea la vîrf a cuţitului s, mm	Raza de rotunjire la vîrful cuţitului r, mm	Valori recomandate pentru decalaj			
		La degroşare		La finisare	
		W_{min}	W_{max}	W_{min}	W_{max}
0,25	—	0,40	0,40	0,40	0,40
0,3	—	0,50	0,50	0,50	0,50
0,4	—	0,65	0,65	0,65	0,65
0,5	0,1	0,75	0,85	0,75	0,85
0,65	0,1	1,00	1,15	1,00	1,15
0,75	0,15	1,25	1,40	1,50	1,75
1,0	0,2	1,50	1,75	1,75	2,25
1,3	0,2	2,00	2,25	1,75	2,25
1,65	0,25	2,50	3,00	2,25	3,00
2,00	0,3	3,25	3,75	2,75	5,00
2,5	0,35	3,75	4,75	3,25	6,50
2,8	0,4	4,25	5,00	3,50	7,50
3,2	0,45	4,75	5,75	4,00	8,75
3,8	0,5	5,25	7,00	4,75	10,00
5,0	0,7	7,25	9,50	—	

După cum se ilustrează în fig. 2.61, reglajul cuţitelor de exterior presupune realizarea razei generatoare r_e.

$$r_e = r_{CPC} + w/2 = K + T_e + b_e \text{ de unde rezultă,}$$

$$T_e = r_{CPC} + w/2 - K - b_e \qquad (2.83)$$

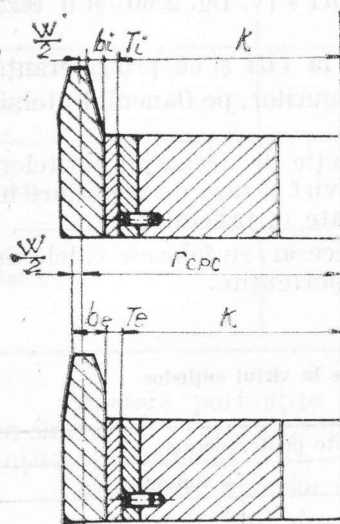


Fig. 2.61

în care:

T — grosimea calei de reglaj, K — cota de bază a CPC şi b_e — distanţa de bază a cuţitului.

Pentru cuţitele de interior formula rezultă:

$$T_i = r_{CPC} - w/2 - K - b_i. \qquad (2.84)$$

Se vede din aceste relaţii că reglajul capului portcuţite se poate stabili cunoscînd mărimile de mai sus.

În cazul cînd cuţitele sînt executate precis la cotele de bază b_e şi b_i prescrise, reglajul rezultă fără a mai fi necesară măsurătoarea pe muchia vîrfului cuţitului, măsurătoare dificil de executat precis din cauza razei de racordare a muchiei cuţitului.

Capetele portcuţite unilaterale se folosesc în producţia de serie, sînt echipate cu cuţite de un singur fel (exterior sau interior) şi sînt destinate prelucrării pinioanelor (componente de mici dimensiuni a angrenajului).

Cuţitele pentru CPC unilaterale se excută cu diverse raze generatoare într-o gamă mult mai largă şi la montajul în capul portcuţite nu mai au decalaj al muchiilor tăietoare.

În general raza generatoare diferă de raza nominală cu mărimea Δr astfel încît $r_e = r_{CPC} + \Delta r$ pentru cuţitele de exterior şi $r_i = r_{CPC} - \Delta r$ pentru cuţitele de interior.

Dimensiunile capetelor unilaterale utilizate în fabricaţie sînt date în tabelul 2.11.

Capetele portcuţite unilaterale se deosebesc de cele bilaterale şi prin faptul că au numai un locaş de cuţit cu poziţie fixă.

Deoarece Δr variază în cazul pinioanelor cu valori mai mari, razele generatoare au o gamă mai extinsă de valori şi la aceiaşi dimensiune nominală a capului vor exista mai multe corpuri cu diverse distanţe de bază.

Grosimea calelor de reglaj se determină cu relaţiile:

$$T_e = r_e - K_e - b_e \quad \text{şi} \quad T_i = r_i - K_i - b_i, \qquad (2.85)$$

după cum se ilustrează în fig. 2.62.

Cuţitele utilizate la capetele unilaterale sînt de regulă aceleaşi cu cuţitele utilizate la capetele bilaterale, dar pot fi şi speciale destinate acestui scop.

Capetele portcuțite folosite pentru degroșare sînt capete bilaterale (atît pentru roată cît și pentru pinion) echipate cu grupe de două cuțite (exterior și interior), sau cu trei cuțite (exterior, de fund și interior).

În nomenclatura firmei Gleason acestea sînt denumite capete Duplex și capete Triplex.

Capetele de degroșare au o construcție mai rigidă avînd aspectul din figura 2.63.

La aceste capete se folosesc cuțite nereglabile prin pene, raza lor generatoare stabilindu-se numai prin cale de reglaj.

Capetele portcuțite cu dimensiunea nominală mai mică de $3\frac{1}{2}''$ se execută monobloc (fără cuțite demontabile).

Schema ascuțirii capetelor portcuțite echipate cu cuțite de exterior sau de interior este indicată în fig. 2.64.

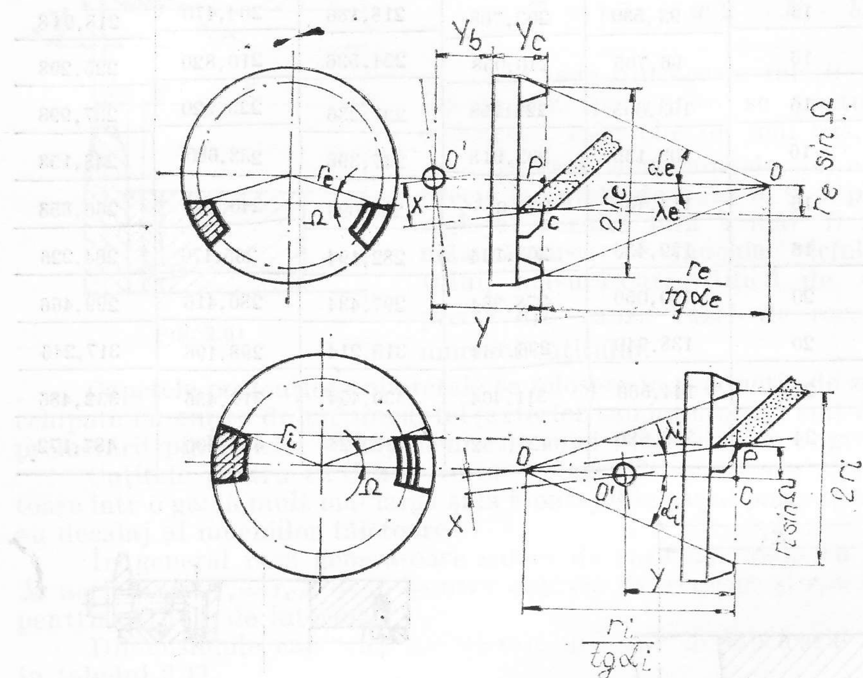


Fig. 2.64

Ascuțirea se execută de regulă cu partea conică a pietrei de ascuțit, pe suprafața de degajare a cuțitului.

Muchia tăietoare a cuțitului trebuie să se găsească în mod normal în planul radial al CPC și numai la unele metode speciale de prelucrare (Helixform), decalat cu o anumită distanță.

Schema ascuțirii normale este prezentată în fig. 2.64.

Suprafața de degajare a cuțitului se ascute într-un plan ce trece prin vîrful conului determinat de muchiile tăietoare înclinat față de planul orizontal sub unghiul λ, notîndu-se λ_e pentru cuțitele cu tăiere exterioară și λ_i pentru cele cu tăiere interioară.

Ascuţirea se face pe maşini speciale care permit înclinarea capului portcuţite şi decalarea planului de ascuţire faţă de punctul de rotire al capului.

Întrucît $\text{tg}\,\lambda = \overline{CP}/\overline{CO}$ rezultă $\text{tg}\,\lambda = \sin\Omega \cdot \text{tg}\,\alpha$ respectiv,,

$$\text{tg}\lambda_e = \sin\Omega \cdot \text{tg}\,\alpha_e \quad \text{şi} \quad \text{tg}\lambda_i = \sin\Omega \cdot \text{tg}\,\alpha_i. \tag{2.86}$$

Deplasarea axei de rotaţie O' faţă de planul de ascuţire va fi

$$x = (\overline{CO} \pm \overline{CO'}) \sin\lambda,$$

de unde rezultă:

$$x_e = r_e \sin\lambda_e/\text{tg}\,\alpha_e + Y \sin\lambda_e \tag{2.87}$$

$$x_i = r_i \sin\lambda_i/\text{tg}\,\alpha_i - Y \sin\lambda_i. \tag{2.88}$$

Relaţia 2.87 este valabilă pentru cuţite cu tăiere exterioară iar 2.88 pentru cuţite cu tăiere interioară.

Distanţa Y de la vîrful cuţitelor la axa de rotaţie rezultă $Y = Y_b + Y_c$ de unde Y_c este o mărime caracterisică a CPC, iar Y_b a maşinii de ascuţit.

2.10. Angrenaje conice cu dantură curbă realizată după curbe ciclice

Aşa după cum s-a amintit anterior există unele procedee de danturat conic curb care lucrează prin divizare continuă, deci la care dinţii se formează în sens longitudinal după curbe ce se repetă periodic, respectiv curbe ciclice.

Cel mai vechi sistem, dar care se mai întîlneşte în industrie, este sistemul Paloid, procedeu la care curba dintelui în sens longitudinal este o evolventă alungită.

Sistemele cele mai răspîndite şi în consecinţă mai cunoscute, sînt sistemul Eloid şi Cyclopaloid, sisteme la care curba dintelui în sens longitudinal este o epicicloidă alungită.

Aceste procedee lucrează cu generare prin rostogolire cu roată plană, deci prin metoda ruletelor.

În procesul de lucru semifabricatul execută o rotaţie continuă cu viteză unghiulară constantă, sincronizată cu mişcarea de rotaţie a sculei, leagănul maşinii pe care se găseşte arborele portsculă executînd mişcarea de rostogolire.

Mişcarea de rostogolire se suprapune peste mişcarea de rotaţie a piesei şi a sculei prin intermediul unui mecanism diferenţial din construcţia maşinii.

Determinat de acest principiu de generare, în cazul acestor maşini, lipseşte mecanismul de divizare dinte cu dinte şi sînt eliminate mecanismele reversibile caracteristice sistemului de danturare în arc de cerc, maşina funcţionînd continuu într-un singur sens.

Linia directoare a dintelui se materializează pe semifabricat ca urmare a combinării mişcării sculelor şi a semifabricatului producîndu-se o veritabilă angrenare între scule şi dinţii generaţi.

Mașinile de prelucrat dantură conică curbă după curbe ciclice, din punct de vedere constructiv, sînt mai simple decît mașinile de prelucrat dantura în arc de cerc prin rostogolire.

SISTEMUL PALOID

Acest sistem a căutat să reproducă procedeul de frezare a roților cilindrice cu freză melc și la roțile conice.

Scula necesară în acest caz este o freză melc conică, formă necesară pentru a asigura generarea roții plane fără interferențe.

Fiecare dinte al frezei este plasat pe o elice și are două muchii tăietoare care prelucrează simultan ambele flancuri ale dintelui.

Elicea frezei melc este o elice conică cu pas axial constant și ca urmare a micșorării diametrului frezei melc, unghiul de înclinare al spirei dintelui este variabil.

Canalele care creiază muchiile tăietoare ale dinților frezei sînt plasate în planul axial al frezei.

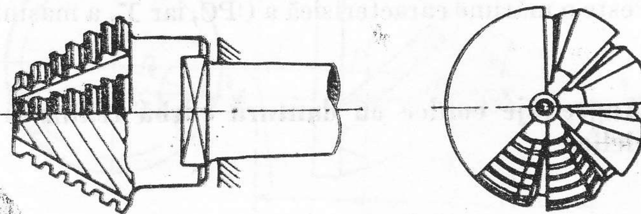


Fig. 2.65

Dantura realizată cu aceste freze este o dantură de înălțime constantă orientată după o evolventă în sens longitudinal.

Pentru executarea dinților bombați freza trebuie să aibă generatoarea conului curbă, ceea ce mărește dificultățile de execuție a frezei și așa destul de mari.

Avantajele sistemului sînt, calcule și reglaje mai simple la execuție pe mașină.

Dezavantajul principal îl constituie scula extrem de complicată.

Pentru a tăia un angrenaj sînt necesare două freze, una pe dreapta și una pe stînga, iar pentru a realiza diferite corecții prin deplasarea profilului sînt necesare freze corespunzătoare fiecărei deplasări de profil în parte.

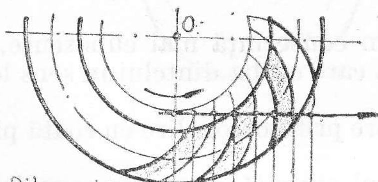


Fig. 2.66

Practic este dificil, din această cauză, a se obține profilele dinților perfect conjugate la cele două roți ale angrenajului, frezele schimbîndu-și dimensiunile și unele caracteristici la fiecare ascuțire. Angrenarea cea mai corectă are loc numai la valorile nominale ale dimensiunilor sculei.

În afară de aceasta freza are o construcție monobloc, necesită un consum mare de oțel rapid și se rebutează în caz de distrugere a unui singur dinte.

Execuția și controlul frezei se poate face numai pe mașini speciale destinate acestor operații.

Datorită complicațiilor constructive și de utilizare a frezei acest sistem este azi din ce în ce mai puțin folosit.

SISTEMUL ELOID

Acest sistem de prelucrare a roților conice cu dantură curbă folosește capete portcuțite echipate cu cuțite demontabile.

Capetele portcuțite ale acestui sistem se caracterizează prin cuțite cu muchii rectilinii așezate în corp pe grupe distincte.

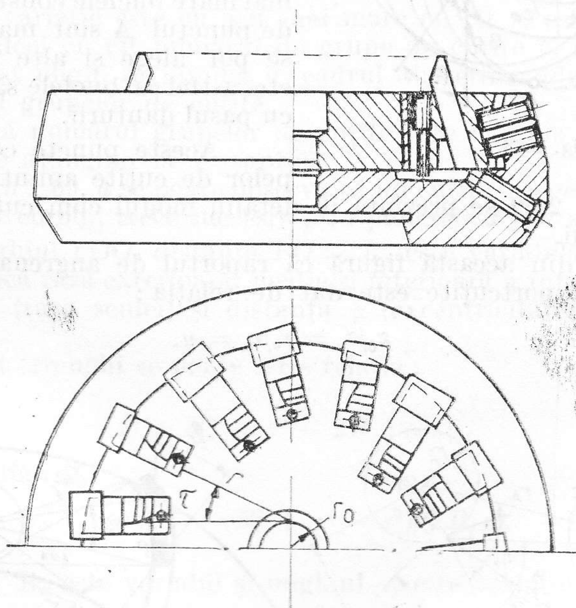


Fig. 2.67

Numărul de grupe de cuțite depinde de mărimea capului portcuțite și poate varia între trei și șapte.

Fiecare grupă se poate compune din minim două cuțite, din care unul cu tăiere interioară pentru flancul convex și unul cu tăiere exterioară pentru flancul concav, în cele mai multe cazuri existînd în fiecare grupă și cuțite ajutătoare.

La rotația sculei grupele de cuțite generează dinții roții plane generatoare, roată plană imaginară, care prin angrenare cu semifabricatul prin intermediul muchiilor tăietoare ale sculelor produce generarea danturii.

Dantura Eloidă este o dantură de înălțime constantă cu deplasări de profil radiale compensate (+ la pinion și − la roată).

Deplasări tangențiale ale profilului nu se folosesc la acest tip de dantură. Divizarea este continuă și la o rotație a sculei piesa de prelucrat se rotește cu atîția pași cîte grupe de cuțite sînt pe capul portcuțite.

Principiul acesta de generare este ilustrat în figura 2.68.

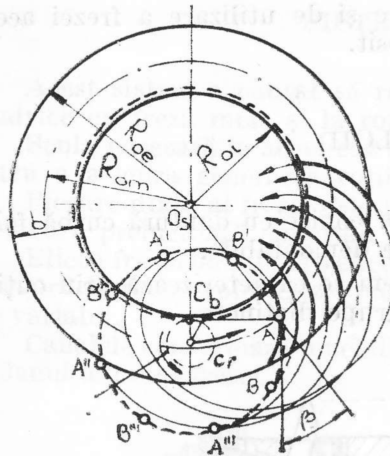


Fig. 2.68

Curba de generare—epicicloidă alungită — se obține prin rostogolirea unui cerc C_r peste un alt cerc C_b fix, ambele situate într-un plan, respectiv planul roții plane generatoare.

Un punct A legat de cercul C_r și situat în exteriorul său descrie curba de mai sus sub forma unor curbe succesive, reprezentînd flancuri omoloage consecutive.

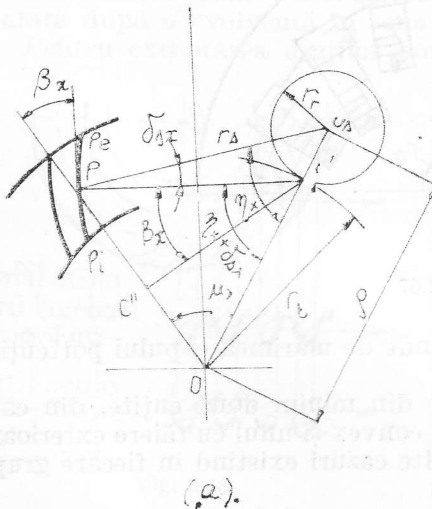
Dacă cercul de rostogolire este mai mare buclele consecutive descrise de punctul A sînt mai depărtate și se pot alege și alte puncte A′, B′, etc. astfel ca buclele să fie distanțate cu pasul danturii.

Aceste puncte corespund grupelor de cuțite amintite.

În figura 2.69 se prezintă în detaliu modul cum cuțitul generează flancul dintelui.

Se vede din această figură că raportul de angrenare între roata plană și capul portcuțite este dat de relația :

$$z_0/z_s = r_b/r_r = u. \tag{2.89}$$



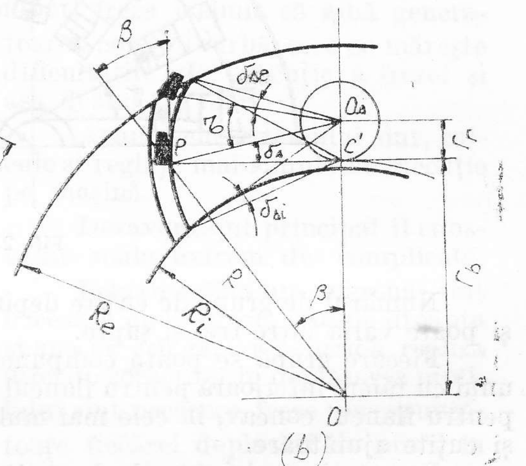


Fig. 2.69

z_0 — numărul de dinți al roții plane.
z_s — numărul de grupe de cuțite.
r_b — raza cercului de bază (fix).

r_r — raza cercului rostogolitor.
ρ — distanța între centrul roții plane și a sculei.
Deoarece $\rho = r_b + r_r$ rezultă:

$$r_b = \rho - r_r = \rho(1 - r_r/\rho) = \rho[1 - r_r/(r_b + r_r)] = \rho[u/(u+1)]$$

de unde:

$$r_b = \rho[z_0/(z_s + z_0)] \text{ sau } \rho = r_b[(z_s/z_0) + 1]. \quad (2.90)$$

Cuțitul în poziția P trebuie reglat perpendicular pe raza de curbură a flancului dintelui PC'.

Acest cuțit este deci rotit cu unghiul δ_{sx} față de raza sculei $\overline{PO_s}$, unghiul δ_{sx} fiind numit din această cauză unghi de orientare.

Acest unghi este variabil în diverse poziții în lungul dintelui, (δ_{si}, δ_{se} fig. 2.69, *b*) iar cuțitul avînd poziție fixă în capul port-cuțite rezultă că unghiul de așezare al flancului cuțitului este variabil în timpul așchierii.

Această variație este cu atît mai mare cu cît r_r este mai mare în raport cu r_b, deci cu cît numărul de grupe de cuțite z_s este mai mare. Pentru ca acest unghi să rămînă în cadrul abaterilor admisibile se limitează numărul grupelor de cuțite.

De regulă numărul grupelor de cuțite este cuprins între 1 și 5 în cazuri speciale ajungînd la 7 (șapte).

Din figura 2.69, *a* se poate observa că un cuțit care generează flancul convex, spre exemplu, trece succesiv prin punctele P_e, P și P_i.

În triunghiul POO$_s$ distanța $\overline{PO} = R_x$ este variabilă fiind succesiv R_e, R și R_i adică raza exterioară, medie și interioară a roții plane, în timp ce distanța r_s (raza sculei) și distanța ρ (excentricitatea sculei) rămîn constante.

Din acest triunghi se poate scrie relația:

$$r_s^2 = R_x^2 + \rho^2 - 2R_x\rho\cos\mu_x$$

din care rezultă:

$$\cos\mu_x = (R_x^2 + \rho^2 - r_s^2)/(2R_x\rho). \quad (2.91)$$

Deoarece R_x este variabil și unghiul μ_x este variabil avînd succesiv valorile:

$$\cos\mu_e = (R_e^2 + \rho^2 - r_s^2)/2R_e\rho; \; \cos\mu = (R^2 + \rho^2 - r_s^2)/2R\rho \text{ și}$$

$$\cos\mu_i = (R_i^2 + \rho^2 - r_s^2)/2R_i\rho. \quad (2.92)$$

Deasemeni unghiul de înclinare β_x este variabil avînd valori diferite β_e, β și β_i în funcție de poziția punctului de contact între dinte și sculă.
Aceste valori se determină observînd că:

$$\overline{C'C''}\,\text{tg}\,\beta_x = \overline{PC''}; \; \overline{C'C''} = r_b\sin\mu_x \text{ și } \overline{PC''} = R_x - r_s\cos\mu_x.$$

Cu aceste relații se poate scrie:

$$\text{tg}\,\beta_x = (R_x - r_b\cos\mu_x)/r_b\sin\mu_x. \quad (2.93)$$

În funcție de variabile avem succesiv:

$$\operatorname{tg} \beta_e = (R_e - r_b \cos \mu_e)/r_b \sin \mu_e \,; \ \operatorname{tg} \beta = (R - r_b \cos \mu)/r_b \sin \mu \quad (2.94)$$

și

$$\operatorname{tg} \beta_i = (R_i - r_b \cos \mu_i)/r_b \sin \mu_i.$$

Variabil este și unghiul η_x și ca urmare din triunghiul OPO_s se poate scrie:

$$R_x^2 = \rho^2 + r_s^2 - 2\rho r_s \cos \eta_x,$$

de unde:

$$\cos \eta_x = (\rho^2 + r_s^2 - R_x^2)/2\rho r_s, \quad (2.95)$$

$$\cos \eta_e = (\rho^2 + r_s^2 - R_e^2)/2\rho r_s \,; \ \cos \eta = (\rho^2 + r_s^2 - R^2)/2\rho r_s$$

și

$$\cos \eta_i = (\rho^2 + r_s^2 - R_i^2)/2\rho r_s. \quad (2.96)$$

Din triunghiul PO_sC' se poate determina mărimea unghiului δ_{sx} deasemenea variabil.

Pentru aceasta se scrie relația:

$$r_s/\sin [\pi - (\eta_x + \delta_{sx})] = r_r/\sin \delta_{sx}. \quad (2.97)$$

Efectuînd calculele rezultă:

$$\operatorname{tg} \delta_{sx} = \sin \eta_x/[(r_s/r_r) - \cos \eta_x] \,; \quad (2.98)$$

sau în funcție de variabile:

$$\operatorname{tg} \delta_{se} = \sin \eta_e/[(r_s/r_r) - \cos \eta_e] \,; \ \operatorname{tg} \delta_s = \sin \eta/[(r_s/r_r) - \cos \eta]$$

și

$$\operatorname{tg} \delta_{si} = \sin \eta_i/[(r_s/r_r) - \cos \eta_i]. \quad (2.99)$$

Pentru cazul cînd $\eta_x + \delta_{xs} = 90°$ (vezi fig. 2.69, *b*) avem:

$R = \overline{PC'}/\sin \beta = \overline{PO_s} \cos \delta_s/\sin \beta$;, $\overline{PO_s} = r_s$ unde r_s este raza sculei.

$r_b/r_r = z_0/z_s = 2R \cos \beta/m_n z_s$ unde m_n —modulul normal în punctul mediu P.

$$r_b = R \cos \beta = m_n z_0/2, \quad (2.100)$$

$$r_r = r_s \sin \delta_s = m_n z_s/2, \quad (2.101)$$

$$\sin \delta_s = m_n z_s/2r_s, \quad \text{sau} \quad m_n = 2r_s \sin \delta_s/z_s. \quad (2.102)$$

Rezultă că unghiul de orientare este determinat de modulul normal mediu și un factor dependent de sculă.

Pe de altă parte modulul frontal în punctul P va fi:

$$m_t = 2R/z_0. \tag{2.103}$$

Modulul normal poate fi scris sub forma:

$$m_n = m_t/\cos\beta = 2R/z_0 \cos\beta = 2r_s \sin\delta_s/z_s = 2r_r/z_s. \tag{2.104}$$

Excentricitatea reglajului capului portcuțite va fi:

$$\rho = r_b + r_r = m_n z_0/2 + m_n z_s/2 = m_n(z_0 + z_s)/2. \tag{2.105}$$

Relațiile 2.93 și 2.94 ne arată că unghiul de înclinare al spirei dintelui este variabil pe lățimea danturii.

În funcție de numărul de dinți al roții de prelucrat unghiul de înclinare mediu al danturii este dat de relația:

$$\cos\beta = \sqrt{[z^2 - (d_s/m_t)^2]/(z^2 - z_s^2)} \tag{2.106}$$

unde:

z — numărul de dinți al roții de prelucrat,
d_s — diametrul nominal al sculei,
m_t — modulul frontal mediu al danturii,
z_s — numărul de grupe de cuțite al capului portcuțite.

Rezultă din această relație că unghiul mediu de înclinare a danturii nu poate fi ales oricum el fiind dependent de mărimea capului portcuțite.

În documentația de calcul a angrenajelor de acest tip există diagrame din care se poate alege capul portcuțite în funcție de elementele roții de prelucrat și se poate sabili valoarea exactă a unghiului de înclinare mediu ce poate fi realizat. Se vede din cele arătate că angrenajele Eloide prezintă în funcție de așezarea sculelor caracteristici diferite.

O caracteristică importantă a lor este mărimea razei de curbură a epicicloidei în punctul mediu al danturii (PC' în fig. 2.69, *a*) raza de curbură fiind variabilă în lungul dintelui.

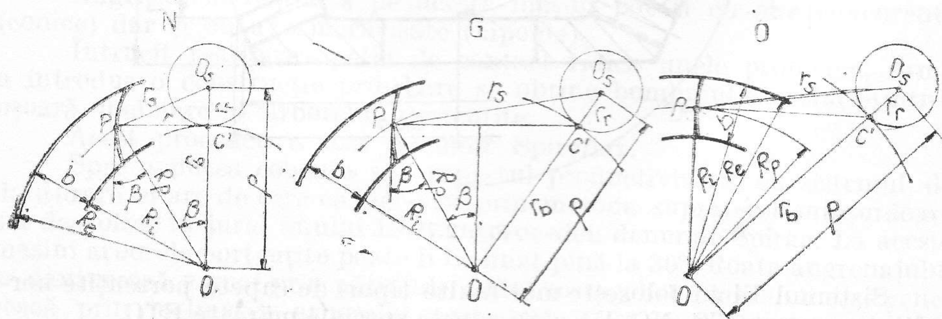


Fig. 2.70

În funcție de mărimea acestei raze, corelat cu raza medie a roții plane R și unghiul mediu de înclinare a danturii β se disting trei tipuri de dantură Eloidă, notate, N, G și O, tipuri care au forme diferite ale dintelui datorită variației razei de curbură.

Schema de generare a danturii în cazurile *N*, *G* și *O* este indicată în figura 2.70.

În cazul danturii de tip N raza medie de curbură este $r = R_p \sin \beta$.

La acest tip de dantură unghiul mediu de înclinare a danturii ce poate fi realizat este $30° \leq \beta \leq 55°$.

În cazul cînd $r > R_p \sin \beta$ unghiul mediu de înclinare a danturii poate fi ales arbitrar în domeniul $0 \leq \beta \leq 50°$.

Acest tip de dantură este denumit dantură de tip G.

Dantura de tip O este un caz particular al danturii de tip G atunci cînd unghiul de înclinare mediu al danturii este $\beta = 0$.

Dacă inaintea literelor N, G sau O ce caracterizează dantura unui angrenaj apare litera H inseamnă că este vorba de un angrenaj cu dantură hipoidă.

Orice marcaj al unui angrenaj fără litera H indică un angrenaj cu axe concurente.

Dacă înaintea literelor N, G sau O apare litera X aceasta inseamnă că este vorba de un angrenaj conic cu axe concurente dar la care unghiul conului de fund și de vîrf al danturii diferă de unghiul conului de divizare (vezi fig. 2.71) dantura fiind deci cu deplasarea profilului variabilă progresiv.

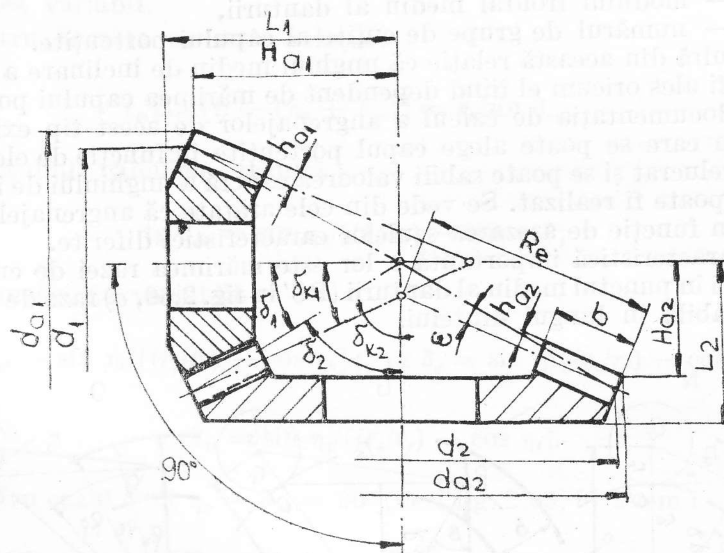


Fig. 2.71

Sistemul Eloid folosește mai multe tipuri de capete portcuțite normalizate marcate TC, NC, EN, sau capete speciale marcate ETC.

Dintre aceste capete două sînt de uz general :

1. Capete portcuțite de tip TC avînd grupe de trei cuțite și care realizează danturi cu contact localizat pronunțat (pata de contact mică).

2. Capete portcuțite de tip NC cu grupe de cîte două cuțite și care realizează danturi cu localizare redusă a contactului (pata de contact mare).

Simbolul capului portcuțite mai este complectat cu litera L sau R indicînd sensul de rotație (L — stînga, R — dreapta).

Notația unui cap portcuțite se face prin litere și cifre ca de exemplu $TC3 - 40/3{,}0\,R$ avînd următoarea semnificație:

TC — tipul capului portcuțite.
3 — numărul grupelor de cuțite (z_s).
40 — raza nominală de așezare a cuțitelor (r_s).
3,0 — modulul nominal al capului portcuțite.
R — sensul de rotire al capului portcuțite.

În cazul prelucrării danturii hipoide se folosesc capete speciale marcate HC, EHC sau EHN.

Un cap portcuțite poate să acopere numai un cîmp limitat de lucru între anumite limite ale modulului normal m_n, unghiului mediu de înclinare a danturii β, razei medii a roții plane R și a numărului de dinți al roții plane z_0.

Pentru a acoperi întregul cîmp de lucru al mașinii se întrebuințează mai multe dimensiuni de capete portcuțite ale căror cîmpuri de lucru se suprapun în oarecare măsură pentru a ușura alegerea.

Se alege acea sculă pentru care se obține unghiul de înclinare convenabil al dinților.

Mașinile de danturat în sistemul Eloid sînt produse de firma elvețiană Oerlikon sub apelativul Spiromatic.

Tăierea danturii se execută pe această mașină dintr-o singură prindere în două faze.

Prima este o mișcare de pătrundere prin avansul saniei portpiesă și prin angrenarea dintre piesă și cuțitele capului, fază în care se produce degroșarea continuă a tuturor dinților roții.

În momentul cînd se atinge adîncimea danturii începe faza a doua respectiv mișcarea de rostogolire a leagănului mașinii, fază cînd se produce generarea profilului transversal al dintelui.

Suprapunerea mișcării de rostogolire, peste mișcarea de angrenare a capului portcuțite cu semifabricatul, se face prin lanțul cinematic de rostogolire prevăzut cu mecanism diferențial pentru suprapunerea mișcărilor de rotație.

Angrenajele realizate pe aceste mașini pot fi cu axe concurente (conice) dar și cu axe încrucișate (hipoide).

Întrucît realizarea petei de contact ridica unele probleme, firma a introdus o construcție prin care se obține bombajul dintelui printr-o ușoară înclinare a arborelui portcuțite.

Acest procedeu a fost denumit Spiroflex.

Spre a putea concura sub aspectul productivității, cu sistemul de danturare în arc de cerc ce lucrează prin metoda suprafeței înfășurăoare s-a desvoltat în jurul anului 1975 un procedeu denumit Spirac. La aceste mașini arborele portcuțite poate fi înclinat pînă la 30°. Roata angrenajului se danturează numai prin pătrundere fără rostogolire iar pinionul se generează prin înclinarea arborelui port-cuțite deci se regăsește principiul generării prin suprafață înfășurătoare cu roată conică generatoare.

O variantă a sistemului Eloid este sistemul FIAT — Mammano elaborat la cunoscuta firmă italiană.

La acest sistem pe capul portcuțite există o singură grupă de cuțite, constituită dintr-un cuțit de finisare exterior și unul de interior (situate diametral opus pe capul portcuțite) între ele fiind cuțite intermediare de degajare a materialului din golul între dinți.

Datorită cercului de rostogolire foarte mic, la o rotație a CPC parcurgîndu-se un singur dinte, epicicloida alungită prezintă variații mult mai

mici a razei de curbură pe lățimea danturii cu repercusiuni pozitive asupra petei de contact la funcționarea în sarcină, apropiindu-se sub acest aspect de dantura în arc de cerc. Cu toate că mașinile FIAT — DIS 400 se caracterizau prin simplitate a calculelor și reglajelor, pe parcurs fabricația lor a fost abandonată din cauza productivității reduse în comparație cu mașinile Spiromatic.

SISTEMUL CYCLOPALOID

Sistemul Cyclopaloid a fost pus în fabricație de firma Klingelnberg și este asemănător cu sistemul Eloid, diferența constînd în faptul că există două capete portcuțite care se întrepătrund, unul echipat cu cuțite de exterior și unul cu cuțite de interior ca în figura 2.72.

Construcția acestor capete este astfel concepută încît axele lor de rotație sînt foarte apropiate, iar distanța între axe este reglabilă.

Principiul acestui sistem este ilustrat în figura 2.73.

Întrucît capetele portcuțite au cercuri de rulare diferite, flancul exterior (convex) se realizează cu o curbură mai mare decît flancul interior (concav) obținîndu-se astfel bombarea în lungime a dinților.

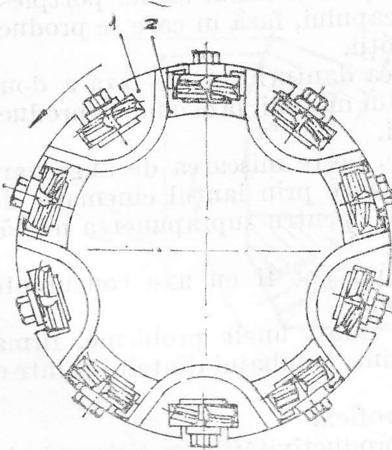


Fig. 2.72

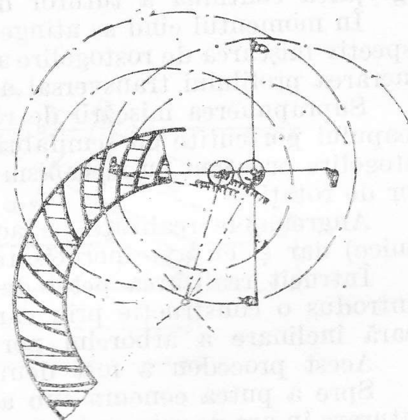


Fig. 2.73

Datorită faptului că generarea are loc cu două cercuri de rostogolire există posibilitatea de reglare a grosimii dinților, respectiv corecția tangențială, reglînd distanța între axele de rotație a capetelor portcuțite.

Cuțitele au poziție fixă pe capete, fără reglaj radial și sînt dispuse pe grupe de două, pe lîngă cuțitul finisor existînd și un cuțit ajutător.

Pata de contact a dinților în angrenare poate fi corectată în timpul prelucrării independent pe fiecare flanc în parte.

Marele avantaj al sistemelor de danturare conic curb după curbe ciclice îl constituie reglajele mai simple a mașinilor de danturat, determinat de faptul că piesa este prelucrată complet dintr-o singură prindere pe mașină.

În ceea ce privește productivitatea, în cazul unicatelor și a seriei mici, aceste procedee sînt mai productive decît procedeul în arc de cerc, datorită tocmai acestor reglaje mai simple și mai rapide, dar la producția de serie balanța înclină în favoarea sistemului de danturare în arc de cerc în special la prelucrarea prin metoda suprafeței înfășurătoare.

Acest lucru este determinat atît de faptul că mașinile pentru prelucrarea roții unui angrenaj (precizăm a roții nu și a pinionului) la prelucrarea prin metoda suprafeței înfășurătoare au o cinematică simplă ce permite scurtarea diverselor faze din ciclul de prelucrare a dintelui, cît și datorită faptului că pe capetele portcuțite în acest caz pot fi montate un număr mai mare de cuțite.

După cum s-a văzut la sistemul Eloid numărul de grupe de cuțite este limitat și în această situație la aceiași încărcare cu grosime de așchie pe tăiș, sistemul în arc de cerc poate asigura degajarea unei cantități de așchii mai mare.

În raport cu procedeul de danturat în arc de cerc, cele cu divizare continuă mai prezintă unele probleme mai delicate privind reglarea poziției petei de contact în angrenare sub sarcină.

Aceste probleme provin din faptul că la curbele ciclice raza de curbură a dinților în sens longitudinal este variabilă, în timp ce la dantura în arc de cerc raza de curbură este constantă.

Marele dezavantaj al procedeelor cu divizare continuă îl constituie însă imposibilitatea rectificării danturii după tratament termic, fapt care exclude utilizarea lor pentru cazurile de mecanisme pretențioase unde este necesară o precizie cinematică superioară cel puțin atît timp cît nu va fi rezolvată în mod absolut problema deformațiilor la operațiile de tratament termic. La noi în țară cel mai răspîndit procedeu de prelucrare prin divizare continuă este sistemul Eloid. Metodologia de calcul a danturii Eloide poate fi găsită sistematic prezentată în lucrarea [45] volumul 3.

2.11. Scurtă privire asupra utilizării și fabricației angrenajelor conice cu dantură curbă

Dat fiind complexitatea angrenajelor conice cu dantură curbă și problemele pe care le ridică în fabricație, este necesar să precizăm locul pe care îl ocupă aceste angrenaje în construcția de mașini.

În acest sens ele se împart în două categorii, respectiv: angrenaje de forță și angrenaje cinematice.

Angrenajele de forță au ca principală destinație transmiterea de momente de torsiune mari, realizarea de rapoarte mari de transmitere și ca principală cerință constructivă se urmărește o formă cît mai compactă.

Angrenajele cinematice au ca principală destinație realizarea transmiterii mișcării de rotație între axe cu o mare precizie privind constanța vitezei unghiulare de rotație, respectiv constanța raportului de transmitere a mișcării.

În general rapoartele de transmitere realizate în aceste cazuri sînt apropiate de unu sau chiar unu dar pot fi întîlnite și angrenaje conice cinematice cu rapoarte de transmitere avînd valori mari și foarte mari.

Principala cerință urmărită la aceste angrenaje este precizia cinematică.

În funcție de destinația angrenajului se stabilește tipul său constructiv și tipul procesului tehnologic de realizare.

Tipul constructiv trebuie ales între dantura rectilinie și dantura curbilinie criteriile de alegere fiind constructive dar în egală măsură și determinate de dotarea existentă cu mașini de danturat.

Din fig. 2.74 se vede că există posibilitatea de substituire între aceste angrenaje ceea ce simplifică problematica dotării cu utilaje în funcție de volumul fabricației.

În ce privește gradul de folosire a acestor tipuri de danturi în construcția de mașini, putem deosebi frecvența cazurilor de utilizare a tipului de dantură prezentată în fig. 2.75, *a* și volumul de fabricație a tipului de dantură prezentată în fig. 2.75, *b*.

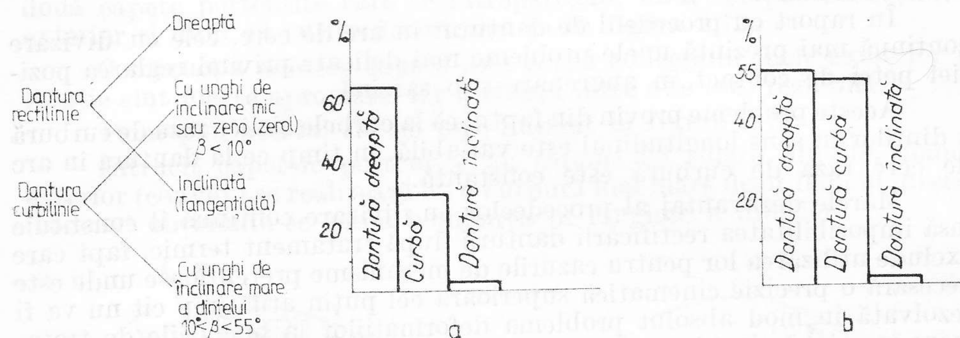


Fig. 2.74

Fig. 2.75

În fig. 2.75, *a* se poate remarca frecvența mare de utilizare a danturii drepte determinată de numărul mare de cazuri de utilizare în construcția de mașini în general cît și de folosirea sa la dantura sateliților și planetarelor diferențialelor auto.

În ce privește dantura curbă ea se utilizează masiv la angrenajul conic principal al diferențialelor mijloacelor de transport și în mai mică măsură în celelalte domenii ale construcției de mașini în general.

Ca volum de fabricație din fig. 2.75, *b* se remarcă o mai mică diferență între dantura dreaptă și curbă determinată de faptul că în construcția de mașini în general dantura dreaptă este folosită mai mult la unicate sau serii mici, la serii mari și foarte mari (mijloace de transport) utilizarea danturii drepte și curbe fiind la un volum de fabricație aproximativ echivalent.

În ce privește dantura rectilinie înclinată (tangențială) utilizarea sa este puțin răspîndită fiind substituită în majoritatea cazurilor de dantura curbă.

Cazurile în care se mai folosește sînt cele a unor piese de mari dimensiuni pentru care există mașini de danturat corespunzătoare.

În ceea ce privește dantura conică curbă, datorită avantajelor pe care le prezintă, există în prezent tendința de a se răspîndi în cele mai diverse domenii ale construcției de mașini.

În acest sens frecvența cazurilor de utilizare în funcție de modul este cel indicat în fig. 2.76, *a*, iar al volumului de fabricație în funcție de modul, în fig. 2.76, *b*.

În ambele cazuri procente mari de utilizare prezintă domeniul modulelor 3 ... 10 datorită mijloacelor de transport, automobile, camioane tractoare etc. toate caracterizate prin serii mari de fabricație.

Utilizarea angrenajelor conice cu dantură curbă în funcție de viteza periferică este ilustrată în fig. 2.77.

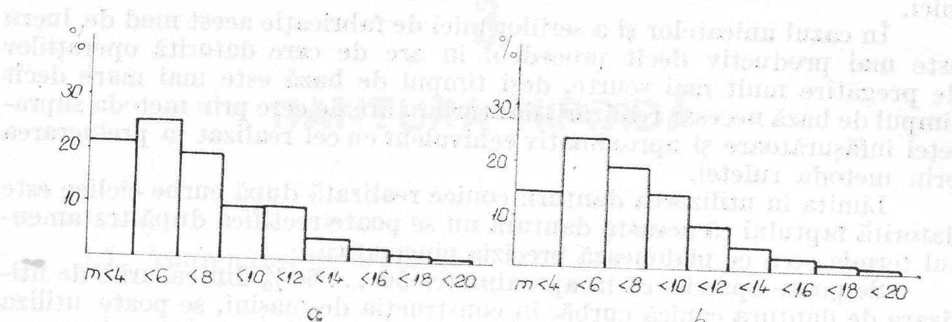


Fig. 2.76

Graficul din fig. 2.77 indică faptul că un volum foarte mare de angrenaje conice cu dantură curbă este utilizat în domeniul vitezelor mai mici de 10 m/s adică în domeniul în care se poate aplica rodarea pe stand.

La viteze mari de funcționare unde este necesară rectificarea danturii volumul este mult mai redus. Se remarcă o creștere ușoară în domeniul vitezelor mari de funcționare, creștere datorită activităților spațiale unde sînt necesare performanțe de vîrf.

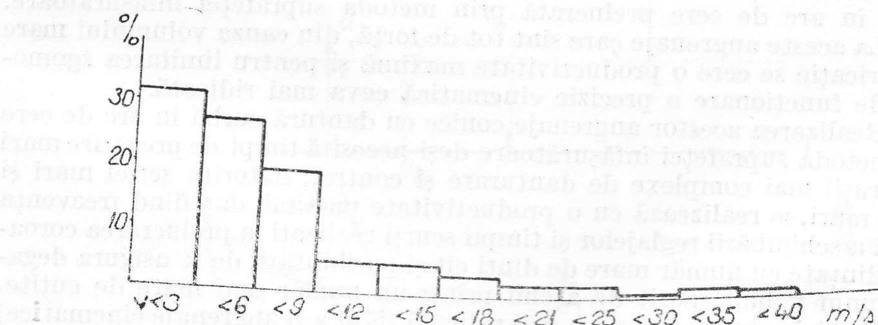


Fig. 2.77

Nu trebuie concluzionat de aici că rectificarea danturii se aplică numai pentru angrenajele ce lucrează la viteze periferice mari. Majoritatea angrenajelor cinematice, în special la mașini-unelte, au viteze periferice reduse dar necesită precizie cinematică superioară, care se poate obține numai prin rectificarea danturii.

Analizînd aceste grafice problema principală care se pune este a metodelor de fabricație, respectiv cînd se poate recurge la dantură realizată după curbe ciclice și cînd la dantură conică curbă în arc de cerc.

După cum s-a văzut anterior realizarea angrenajelor conice cu dantură curbă orientată după curbe ciclice prezintă reale avantaje, în ceea ce privește simplitatea operației de danturare, datorită faptului că piesa este prelucrată complet dintr-o singură prindere pe mașină. Regla-

jul mașinii de danturat este simplu și se poate executa într-un timp relativ redus.

Timpul de prelucrare al unei roți este dictat de faptul că avansul de frezare se face progresiv împreună cu rostogolirea la toți dinții ceea ce necesită rularea leagănului mașinii pe unghiuri mari cu viteze de avans mici.

În cazul unicatelor și a seriilor mici de fabricație acest mod de lucru este mai productiv decît procedeul în arc de cerc datorită operațiilor de pregătire mult mai scurte, deși timpul de bază este mai mare decît timpul de bază necesar realizării danturii în arc de cerc prin metoda suprafeței înfășurătoare și aproximativ echivalent cu cel realizat la prelucrarea prin metoda ruletei.

Limita în utilizarea danturii conice realizată după curbe ciclice este datorită faptului că această dantură nu se poate rectifica după tratamentul termic ceea ce plafonează precizia cinematică.

Se poate aprecia că în aproximativ 50 ... 60% din cazurile de utilizare de dantura conică curbă, în construcția de mașini, se poate utiliza dantură realizată după curbe ciclice fiind vorba de angrenaje unicate sau serii mici cu schimbări dese de fabricație și fără pretenții deosebite de precizie cinematică după operațiile de tratament termic.

În totalitatea acestor cazuri avem de a face cu angrenaje de forță.

Un alt grup de cazuri apreciat la 20 ... 30% din cazurile de utilizare de dantură conică curbă îl reprezintă angrenajele necesare mijloacelor de transport și care se fabrică în serii mari și foarte mari. Întrucît aceste angrenaje ca volum de fabricație au o pondere foarte mare reprezentînd aproximativ 75 ... 80% din totalitatea angrenajelor conice cu dantură curbă fabricate, în aceste cazuri cel mai indicat este folosirea danturii conice în arc de cerc prelucrată prin metoda suprafeței înfășurătoare.

La aceste angrenaje care sînt tot de forță, din cauza volumului mare de fabricație se cere o productivitate maximă și pentru limitarea zgomotului de funcționare o precizie cinematică ceva mai ridicată.

Realizarea acestor angrenaje conice cu dantură curbă în arc de cerc prin metoda suprafeței înfășurătoare deși necesită timpi de pregătire mari și operații mai complexe de danturare și control, datorită seriei mari și foarte mari, se realizează cu o productivitate maximă dat fiind frecvența redusă a schimbării reglajelor și timpii scurți realizați la prelucrarea coroanelor dințate cu număr mare de dinți cît și posibilității de a asigura degajarea unui volum sporit de așchii printr-un număr mai mare de cuțite.

Precizia cinematică ceva mai ridicată (fără a fi angrenaje cinematice) este asigurată de metoda suprafeței înfășurătoare și în condițiile unui tratament termic executat corespunzător este suficientă rodarea pe mașina de rodat și o împerechere atentă la fabricație și la montaj.

Un număr mai redus de cazuri întîlnite în special la mașini unelte, tehnică spațială și aparatură de mare precizie este cel al angrenajelor cinematice necesitînd precizii deosebite ale danturii.

În aceste situații se utilizează exclusiv dantura conică curbă în arc de cerc. Pentru cazul seriei mici și a unicatelor se folosește metoda ruletei sau pentru unele angrenaje speciale metoda suprafeței înfășurătoare. Pentru serii mari se preferă metoda suprafeței înfășurătoare, bine înțeles dacă sînt întrunite condițiile în care se poate aplica această metodă.

În toate aceste cazuri dantura este rectificată după operațiile de tratament termic, rectificarea executîndu-se pe mașini speciale destinate acestui scop.

3.

DANTURA HIPOIDĂ

3.1. Angrenajul hiperboidal

Se consideră două axe *I* și *II* încrucișate, adică neparalele și neconcurente (fig. 3.1).

Se alege poziția lor astfel ca axa *II* să fie conținută în planul orizontal, iar segmentul de dreaptă $O_1O_2 = a$ perpendicular pe cele două axe și reprezentînd distanța cea mai mică între aceste axe, să fie perpendicular pe planul orizontal.

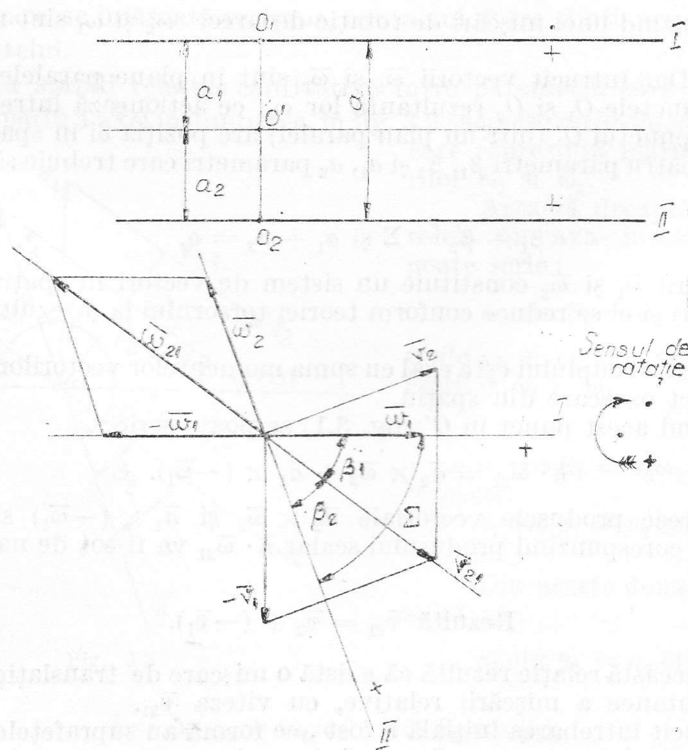


Fig. 3.1

Unghiul dintre aceste axe Σ se proiectează pe planul orizontal în adevărată mărime. (În figura 3.1 axele sînt reprezentate în cele două proiecții).

Se pune întrebarea ce formă trebuie să aibă două suprafețe de revoluție care se rotesc uniform cu vitezele unghiulare ω_1 și ω_2 avînd ca axe de rotație I și II, astfel ca ele să fie tangente și să se rostogolească una peste alta spre a putea deveni axoide (suprafețe de rostogolire, sau după o denumire mai veche suprafețe primitive) ale unui angrenaj.

După cum se știe din mecanica teoretică, dacă se consideră vectorii vitezelor unghiulare $\overline{\omega}_1$ și $\overline{\omega}_2$ ca fiind dirijați în lungul axelor I și II (sensurile de rotație sînt marcate prin · și + conform fig. 3.1), axoidele relative, adică cele două suprafețe de rostogolire, reprezintă locul geometric al axei instantanee relative, respectiv al dreptei suport a vectorlui $\overline{\omega}_{21}$.

Mișcările de rotație ω_1 și ω_2 se văd ca atare dintr-un punct exterior față de două corpuri în rotație legate de axele I și II.

Dacă observatorul se plasează pe corpul legat de axa I el vede corpul de pe axa II în mișcare relativă și invers dacă se plasează pe corpul legat de axa II.

Mișcarea absolută a corpului de pe axa II este în primul caz ω_2, mișcarea de transport a observatorului ω_1, iar mișcarea relativă a corpului de pe axa II, față de observatorul de pe axa I, ω_{21}.

Întrucît mișcarea absolută = mișcarea relativă + mișcarea de transport, se poate scrie că

$$\overline{\omega}_2 = \overline{\omega}_{21} + \overline{\omega}_1 \text{ de unde } \overline{\omega}_{21} = \overline{\omega}_2 + (-\overline{\omega}_1), \tag{3.1}$$

ω_{21} corespunzînd unei mișcări de rotație deoarece ω_2 și ω_1 sînt mișcări de rotație.

Dar întrucît vectorii $\overline{\omega}_1$ și $\overline{\omega}_2$ sînt în plane paralele și acționează în punctele O_1 și O_2 rezultanta lor $\overline{\omega}_{21}$ ce acționează între punctele O_1 și O_2 în punctul O' (într-un plan paralel) are poziția ei în spațiu determinată de patru parametri β_1, β_2 și a_1, a_2 parametri care trebuie să respecte egalitățile :

$$\beta_1 + \beta_2 = \Sigma \text{ și } a_1 + a_2 = a. \tag{3.2}$$

Vectorii $\overline{\omega}_1$ și $\overline{\omega}_2$ constituie un sistem de vectori în spațiu (vectori necoplanari) și el se reduce conform teoriei torsorului la o rezultantă (ω_{21}) și un cuplu.

Momentul cuplului este egal cu suma momentelor vectorilor în raport cu un punct oarecare din spațiu.

Alegînd acest punct în O' (fig. 3.1) se poate scrie :

$$h \cdot \overline{\omega}_{21} = \overline{a}_2 \times \overline{\omega}_2 + \overline{a}_1 \times (-\overline{\omega}_1). \tag{3.3}$$

Deoarece produsele vectoriale $\overline{a}_2 \times \overline{\omega}_2$ și $\overline{a}_1 \times (-\overline{\omega}_1)$ sînt viteze și vectorul corespunzînd produsului scalar $h \cdot \overline{\omega}_{21}$ va fi tot de natura unei viteze.

$$\text{Rezultă } \overline{v}_{21} = \overline{v}_2 + (-\overline{v}_1). \tag{3.4}$$

Din această relație rezultă că există o mișcare de translație în lungul axei instantanee a mișcării relative, cu viteza $\overline{v}_{21}$.

Întrucît întrebarea inițială a fost „ce formă au suprafețele de rostogolire" (axoidele), se poate afirma că, întrucît axa de rotație instantanee este conținută într-un plan paralel cu axele I și II și înclinată față de

axe, ea descrie în fiecare din cele două mişcări de rotaţie relative (ω_{21} şi ω_{12}) cîte o suprafaţă hiperboloidală avînd ca axe de rotaţie *I* şi *II*, suprafeţe ce sînt tangente exterior în lungul unei generatoare care ocupă în spaţiu poziţia axei instantanee.

Imaginîndu-ne că de axele *I* şi *II* sînt legate nişte blocuri de ceară în rotaţie şi că axa instantanee este materializată printr-un fir încălzit, acest fir decupează în blocurile de ceară cei doi hiperboloizi [7].

Dacă unul dintre hiperboloizi este ţinut fix, iar al doilea este rostogolit peste primul, se observă că datorită unghiului axelor, hiperboloidul rotit are tendinţa de a-şi schimba în permanenţă poziţia în lungul generatoarei, ceea ce explică apariţia vitezei de alunecare v_{21}. Mai simplu, acest fenomen poate fi realizat dacă ne imaginăm doi cilindri aşezaţi încrucişat dintre care, unul este fix şi al doilea se rostogoleşte peste el. Punctul lor de contact descrie o traiectorie elicoidală pe cilindrul fix, deci cilindrul care se rostogoleşte avansează în lungul cilindrului fix.

Dacă aceste două suprafeţe hiperboloidale se consideră a fi suprafeţe de rostogolire ale unui angrenaj (numit angrenaj hiperboloidal), în acest caz curbele directoare ale dinţilor trebuie să coincidă cu direcţia generatoarei hiperboloizilor pentru a se putea asigura alunecarea relativă între dinţi.

Întrucît în mişcarea relativă a celor doi hiperboloizi danturile luate în considerare se înfăşoară reciproc, contactul între dinţi are loc în tot lungul dintelui.

Spre a stabili relaţiile cantitative între parametrii care determină poziţia în spaţiu a axei instantanee, în fig. 3.2 se unesc vîrfurile segmentelor care reprezintă mărimea vectorilor $\overline{\omega}_1$ şi $\overline{\omega}_2$.

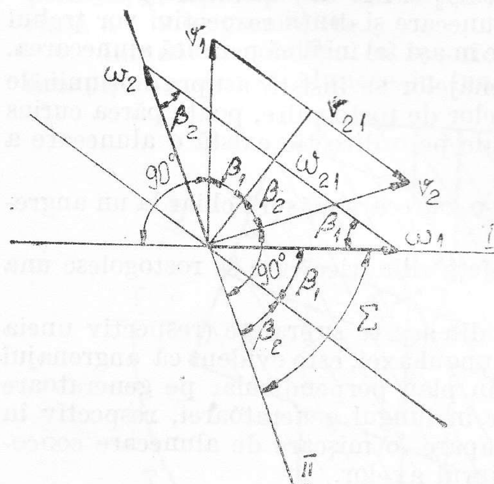


Fig. 3.2

Această dreaptă fiind paralelă cu axa instantanee se poate scrie:

$$\omega_1 \sin \beta_1 = \omega_2 \sin \beta_2 \quad (3.5)$$

unde ω_1 şi ω_2 sînt mărimile vectorilor $\overline{\omega}_1$ şi $\overline{\omega}_2$

şi

$$a_1\omega_1 \cos \beta_1 = a_2\omega_2 \cos \beta_2,$$

respectiv (3.6)

$$v_1 \cos \beta_1 = v_2 \cos \beta_2.$$

Din aceste două relaţii rezultă că

$$a_1 \operatorname{ctg} \beta_1 = a_2 \operatorname{ctg} \beta_2, \quad (3.7)$$

şi

$$i = \omega_1/\omega_2 = (a_2/a_1) \cdot (\cos \beta_2/\cos \beta_1), \quad (3.8)$$

unde i este raportul de transmitere al angrenajului hiperboloidal.

Din cele expuse rezultă că există o mişcare de rotaţie şi una de translaţie ale căror mărimi sînt conform fig. 3.2:

$$\omega_{21} = \omega_1 \cos \beta_1 + \omega_2 \cos \beta_2, \tag{3.9}$$

$$v_{21} = a_1\omega_1 \sin \beta_1 + a_2\omega_2 \sin \beta_2 = v_1 \sin \beta_1 + v_2 \sin \beta_2. \tag{3.10}$$

Se constată că mişcarea relativă între cei doi hiperboloizi poate fi privită ca o mişcare a cărei distribuţie de viteze corespunde unei mişcări elicoidale al cărei parametru sau pas este

$$h = v_{21}/\omega_{21}, \text{ deoarece } \overline{v}_{21} = h \cdot \overline{\omega}_{21} \text{ (relaţiile 3.3 şi 3.4).} \tag{3.11}$$

În consecinţă

$$h = (a_1\omega_1 \sin \beta_1 + a_2\omega_2 \sin \beta_2)/(\omega_1 \cos \beta_1 + \omega_2 \cos \beta_2). \tag{3.12}$$

S-a demonstrat anterior că $\omega_1 \sin \beta_1 = \omega_2 \sin \beta_2 = T$, deci se poate scrie, din relaţia (3.12), că $h = T(a_1 + a_2)/(\omega_1 \cos \beta_1 + \omega_2 \cos \beta_2)$, de unde $h = (a_1 + a_2)/[(\omega_1 \cos \beta_1/T) + (\omega_2 \cos \beta_2/T)] = (a_1 + a_2)/[(\cos \beta_1/\sin \beta_1) + (\cos \beta_2/\sin \beta_2)]$, de unde

$$h = (a_1 + a_2)/(\text{ctg}\, \beta_1 + \text{ctg}\, \beta_2). \tag{3.13}$$

Ţinînd seama de relaţia (3.7) rezultă că

$$h = a_1/\text{ctg}\, \beta_2 = a_2/\text{ctg}\, \beta_1 = (a_1 + a_2)/(\text{ctg}\, \beta_2 + \text{ctg}\, \beta_1). \tag{3.14}$$

Important de reţinut este faptul că în cazul transmiterii unei mişcări de rotaţie prin corpuri dinţate între două axe încrucişate în spaţiu vor „exista" două suprafeţe imaginare de forma a doi hiperboloizi tangenţi care se rostogolesc fără alunecare în planul perpendicular pe generatoarea de contact (deoarece $v_1 \cos \beta_1 = v_2 \cos \beta_2$ v. fig. 3.2) dar, în lungul generatoarei lor, va apărea o mişcare de alunecare şi dinţii respectivi vor trebui orientaţi în lungul acestei generatoare în aşa fel încît să permită alunecarea.

Deoarece la cunoaşterea angrenajelor se insistă asupra noţiunii de rostogolire fără alunecare a suprafeţelor de rostogolire, poate părea curios că în cazul suprafeţelor hiperboloidale pe o direcţie există o alunecare a acestor suprafeţe.

Fenomenul poate fi intuit într-o oarecare măsură chiar la un angrenaj cilindric cu dinţi drepţi.

În acest caz există două suprafeţe cilindrice care se rostogolesc una peste alta fără alunecare.

Dacă în timpul rotaţiei uneia din aceste suprafeţe (respectiv uneia din roţi) îi imprimăm o deplasare în lungul axei, este evident că angrenajul funcţionează în continuare normal în plan perpendicular pe generatoare fiind rostogolire fără alunecare, dar în lungul generatoarei, respectiv în lungul dinţilor, datorită deplasării apare o mişcare de alunecare concomitentă cu mişcarea de rotaţie în jurul axelor.

Se vede din fig. 3.3 că roţile dinţate hiperboloidale sînt două discuri secţionate din corpurile hiperboloidale. În cazul cînd aceste discuri sînt luate în considerare în zona de diametru minim, acestea pot fi înlocuite prin roţi cilindrice cu dinţi înclinaţi, obţinîndu-se binecunoscutul angrenaj elicoidal cu axe încrucişate, iar atunci cînd sînt în alte zone, pot fi înlocuite cu roţi conice, rezultînd angrenajul hipoid.

În ambele cazuri (roți cilindrice sau roți conice) mișcarea de rotație uniformă în jurul axelor încrucișate (neconcurente) determină o astfel de distribuție a vitezelor în corpurile ce se rotesc, încît suprafețele de rostogolire nu sînt altceva decît hiperboloizi.

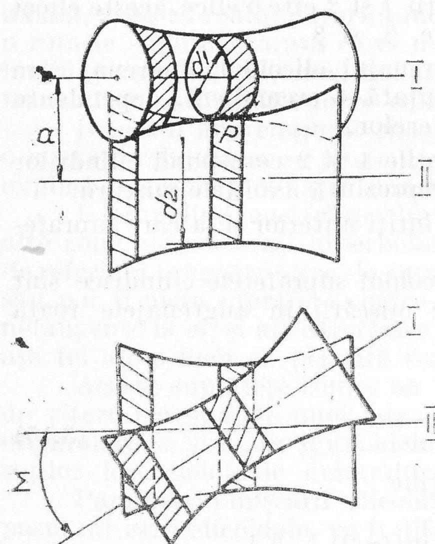


Fig. 3.3

Suprafețele de rostogolire în aceste cazuri diferă deci de suprafețele de rostogolire de la prelucrare, care au fost suprafețe cilindrice sau conice.

Dacă vom considera zona de diametru minim a hiperboloizilor înlocuită cu suprafețe cilindrice de diametru d_1 și d_2, astfel ca $(d_1 + d_2)/2 = a$ (vezi fig. 3.3) iar axa cilindrului *1* să corespundă cu axa *I* și cea a cilindrului *2*, cu axa *II*, punctul lor de tangență va fi *P*, unde normala comună înțeapă suprafețele cilindrice.

Se consideră două plane suprapuse Q_1 și Q_2 tangente la cei doi cilindri, planul Q_1 conținînd dreapta Δ_1, iar Q_2, o dreaptă Δ_2 astfel că dreapta Δ_1 este suprapusă peste dreapta Δ_2, ele fiind inclinate cu unghiul β_1, față de aşa *I*, și β_2, față de axa *II*.

Admițind o serie de drepte paralele și egal distanțate de dreptele Δ_1 și Δ_2, se poate afirma că planele Q_1 și Q_2 sînt planele de referință ale unor cremaliere.

Impunînd condiția ca în orice moment dreapta Δ_1 să coincidă cu dreapta Δ_2, dar să alunece în lungul acesteia prin deplasarea planului

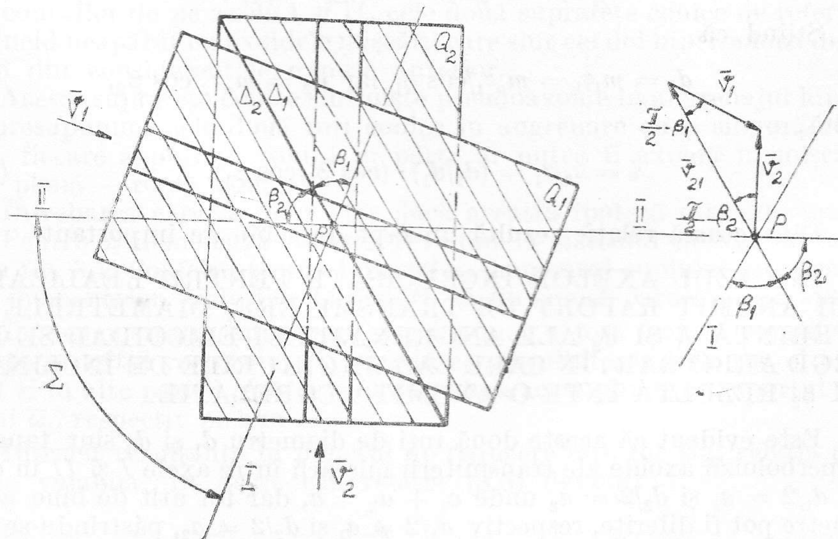


Fig. 3.4

Q_1 cu viteza v_1, perpendiculară pe axa I, planul Q_2 va fi silit să execute şi el o mişcare de translaţie cu viteza v_2, perpendiculară pe axa II (respectiv o cremalieră va aluneca peste cealaltă cremalieră suprapusă).

Planul Q_1 fiind tangent la cilindrul *1* îi va imprima acestuia o rotaţie în jurul axei I, iar la rîndul său cilindrul *2* va avea o rotaţie în jurul axei II.

Dreptele Δ_1 şi Δ_2 înfăşoară pe cilindrii *1* şi *2* cîte o elice, aceste elicei avînd unghiurile de înclinare, faţă de axe, β_1 şi β_2.

Angrenajul astfel obţinut este angrenajul elicoidal, angrenaj care conţine în sine două angrenaje roată dinţată — cremalieră, dependente unul de altul prin suprapunerea cremalierelor.

În angrenajul elicoidal 1/2, unde roţile 1 şi 2 corespund cilindrilor 1 şi 2, cele două suprafeţe cilindrice nu reprezintă axoidele mişcării.

Acestea sînt cei doi hiperboloizi amintiţi anterior şi la care suprafeţele cilindrice au fost luate tangente.

Din această cauză în angrenajul elicoidal suprafeţele cilindrice sînt pseudoaxoide, dar constituie axoide ale mişcării în angrenajele roată cremalieră $1/Q_1$ şi $2/Q_2$.

Din fig. 3.4 se vede că viteza

$$\bar{v}_2 = \bar{v}_1 + \bar{v}_{21}. \tag{3.15}$$

Aplicînd teorema sinusurilor se obţine

$$v_1/\sin[(\pi/2) - \beta_2] = v_2/\sin[(\pi/2) - \beta_1],$$

de unde,

$$v_1/v_2 = \cos\beta_2/\cos\beta_1. \tag{3.16}$$

Impunînd condiţia $v_1 = \omega_1(d_1/2)$ şi $v_2 = \omega_2(d_2/2)$ se obţine

$$\omega_1/\omega_2 = (d_2/d_1)\cdot(\cos\beta_2/\cos\beta_1) = i. \tag{3.17}$$

Ştiind că

$$d_1 = m_t z_1 = m_n z_1/\cos\beta_1 \text{ iar } d_2 = m_n z_2/\cos\beta_2,$$

rezultă,

$$i = z_2/z_1 = (d_2/d_1)\cdot(\cos\beta_2/\cos\beta_1). \tag{3.18}$$

Din această relaţie rezultă un fapt deosebit de important.

ÎN CAZUL AXELOR ÎNCRUCIŞATE PENTRU REALIZAREA UNUI ANUMIT RAPORT DE TRANSMITERE, DIAMETRELE DE REFERINŢĂ d_1 ŞI d_2 ALE ANGRENAJULUI ELICOIDAL SE POT ALEGE ARBITRAR, ÎN CARE CAZ UNGHIURILE DE ÎNCLINARE β_1 ŞI β_2 REZULTĂ ÎNTR-O ANUMITĂ CORELAŢIE.

Este evident că aceste două roţi de diametru d_1 şi d_2 sînt tangente la hiperboloizii axoide ale transmiterii mişcării între axele I şi II în cazul cînd $d_1/2 = a_1$ şi $d_2/2 = a_2$ unde $a_1 + a_2 = a$, dar tot atît de bine aceste diametre pot fi diferite, respectiv $d_1/2 \neq a_1$ şi $d_2/2 \neq a_2$, păstrîndu-se însă relaţia $d_1/2 + d_2/2 = a$.

În acest ultim caz roțile cilindrice ale angrenajului elicoidal, datorită unghiurilor de înclinare a dinților, realizează același raport de transmitere ca și angrenajul hiperboloidal.

Acest fenomen poate fi înțeles imaginîndu-ne în angrenare două roți dințate cilindrice cu dantură înclinată și axe paralele.

Dacă în timpul rotației vom imprima uneia din roți o translație axială, această roată, datorită înclinării dinților, va imprima roții pereche o rotație suplimentară a cărei mărime depinde de mărimea unghiului de înclinare a danturii, modificîndu-se în mod corespunzător raportul de transmitere a mișcării între cele două axe.

În cazul angrenajului elicoidal, cilindrii celor două roți dințate au o mișcare relativă ce se poate descompune în rotație și translație, ceea ce explică efectul înclinării danturii.

Extrapolînd aceste rezultate și la roțile conice care aproximează alte zone ale acelorași hiperboloizi, rezultă că acestea pot avea conurile de referință tangente direct la suprafețele hiperboloidale axoide ale mișcării, sau pot fi niște suprafețe conice avînd aceleași axe cu hiperboloizii, însă netangente la ei, și ale căror raze și unghiuri de înclinare a dinților sînt în așa fel alese încît să permită realizarea aceluiași raport de transmitere.

Aceste suprafețe conice au tot o mișcare relativă a cărei distribuție de viteze corespunde unei mișcări elicoidale și realizează aceleași viteze unghiulare ω_1 și ω_2 ca și axoidele, dar razele lor nu mai corespund razelor roților hiperboloidale determinate de axoide.

Parametrul mișcării elicoidale a noilor suprafețe conice, respectiv pasul mișcării elicoidale, va fi diferit de cel al axoidelor, ceea ce înseamnă că alunecarea între dinți va fi alta.

Ca și în cazul angrenajului elicoidal, care a fost analizat luînd în considerare suprafețele cilindrice și două cremaliere suprapuse, și în cazul angrenajului hipoid se pot considera două roți conice fiecare în angrenare cu cîte o roată plană și cele două roți plane suprapuse și în angrenare între ele (v. fig. 3.20), ajungîndu-se la aceeași concluzie : diametrele se pot alege arbitrar corelînd unghiurile de înclinare ale dinților.

Rezultă că în angrenajul hipoid, în mișcarea 1/2, unde 1 și 2 corespund conurilor de pe axele I și II, cele două suprafețe conice de referință nu coincid neapărat cu axoidele mișcării care sînt cei doi hiperboloizi determinați din considerentele expuse anterior.

Aceste suprafețe conice sînt niște pseudoaxoide în angrenajul hipoid, dar, presupunînd cele două roți conice în angrenare cu o singură roată plană, fiecare suprafață conică în parte ar putea fi axoidă în mișcarea roată plană — roată conică.

Întrebarea care se pune este dacă această ipoteză este adevărată?

Pentru a demonstra aceasta revenim la sistemul de vectori $\overline{\omega}_1$ și $\overline{\omega}_2$ din fig. 3.1. Conform teoriei torsorului, momentul cuplului este egal cu suma momentelor vectorilor în raport cu un punct oarecare din spațiu.

În demonstrația anterioară acest punct a fost luat în considerare chiar pe suportul vectorului $\overline{\omega}_{21}$, dar în conformitate cu definiția, el poate fi luat și în alte poziții. Astfel vom considera acest punct pe suportul vectorului $\overline{\omega}_1$, respectiv pe axa *I*.

Întrucît rezultanta în punctul de reducere este tot $\overline{\omega}_{21}$, relația (3.3) rămîne valabilă. În acest caz relația (3.3) devine:

$$h \cdot \overline{\omega}_{21} = \overline{a}_2 \times \overline{\omega}_2 \quad \text{deoarece } a_1 = 0. \qquad (3.19)$$

Dar, întrucît $a_2/a_1 = (\omega_1/\omega_2) \cdot (\cos\beta_1/\cos\beta_2)$, (relația 3.6) și $a_1 = 0$, rezultă că $\omega_2 \cos\beta_2 = 0$.

Deoarece $\omega_2 \neq 0$ rezultă $\cos\beta_2 = 0$, deci $\beta_2 = 90°$.

Se poate trage concluzia că axa instantanee a mișcării relative, în acest caz, este conținută într-un plan perpendicular pe axa *II*, deci suprafețele de rostogolire în mișcare relativă sînt : o suprafață conică, avînd axa de rotație *I* și semiunghiul la vîrf β_1, și o suprafață plană, cu axa de rotație *II*.

Această concluzie prezintă o importanță esențială pentru ințelegerea danturii hipoide întrucît ne arată că :

O SUPRAFAȚĂ CONICĂ ȘI O SUPRAFAȚĂ CIRCULARĂ PLANĂ POT COSTITUI SUPRAFEȚE DE REFERINȚĂ ÎNTR-UN ANGRENAJ HIPOID.

Din punct de vedere practic aceasta înseamnă că o dantură hipoidă poate fi generată cu o roată plană prin așezarea necoplanară a axelor de rotație.

Comparînd cu angrenajele cu axe paralele sau axe concurente se consată că în timp ce, în aceste cazuri, un anumit raport de transmitere impune aproximativ același raport diametrelor exterioare ale roților, la angrenajele cu axe încrucișate roțile pot avea diametrele exterioare într-un raport total diferit de raportul de transmitere datorită existenței mișcării de alunecare între dinți.

Evident acest grad de libertate în plus are și el unele limitări impuse de geometria danturii și de viteza de alunecare între dinți.

Dacă examinăm roțile hiperboloidale din zona de diametru minim se poate observa că segmentul de dreaptă care constituie cea mai mică distanță între axe este perpendicular pe generatoarea de contact a hiperboloizilor și este axă de simetrie a mișcării, adică, deoparte și de alta a sa, punctele de pe un hiperboloid se apropie și se îndepărtează în mod egal, la unghiuri egale de rotație, față de hiperboloidul pereche.

Întrucît această noțiune de axă de simetrie a mișcării are o deosebită importanță pentru angrenajele hipoide este necesar a se insista asupra sa.

La un angrenaj cilindric cu axe paralele observăm că planul care conține axele angrenajului este plan de simetrie al mișcării, deoarece în puncte simetrice față de acest plan și direcția vitezei în punctele respective este simetrică. Subliniem direcția vitezei, făcîndu-se deci abstracție de sensul vitezei. Intersecția acestui plan cu un plan perpendicular pe axe este o dreaptă (linia centrelor) care este axă de simetrie a mișcării.

Revenind la cele două suprafețe hiperboloidale în zona de diametru minim, segmentul de dreaptă care constituie cea mai mică distanță între axe înțeapă suprafețele hiperboloidale într-un punct ce limitează razele celor doi hiperboloizi în secțiunea dată.

Considerîndu-se planul format de axa fiecărei roți și punctul mai sus menționat se constată că acest plan este plan de simetrie al mișcării roții respective.

Intersecția celor două plane este chiar dreapta ce reprezintă distanța între cele două axe și, fiind comună planelor de simetrie a mișcării fiecărei roți, este axă de simetrie a mișcării în angrenaj.

În mod asemănător și la roțile hiperboloidale care reprezintă zone ale hiperboloizilor în afara zonei de distanță minimă între axe, luînd în

considerare razele r_1 şi r_2, acestea se intilnesc pe generatoarea de contact într-un punct comun P (v. fig. 3.5).

Planul determinat de axa oricăreia dintre roţi şi punctul acesta este plan de simetrie al mişcării roţii respective iar intersecţia celor două plane (ce se pot forma astfel) este dreapta axă de simetrie a mişcării celor doi

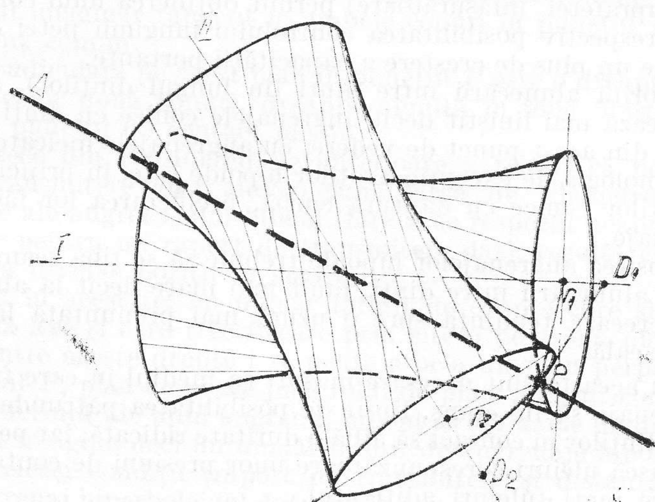


Fig. 3.5

hiperboloizi în punctul respectiv. Dreapta axă de simetrie este perpendiculară pe generatoarea de contact a hiperboloizilor Δ şi se sprijină pe cele două axe, fiind normala în punctul considerat de pe generatoarea de contact.

Se vede din fig. 3.5 că, luînd în considerare diverse puncte pe generatoarea de contact Δ, mulţimea dreptelor $\overline{D_1 D_2}$ constituie o suprafaţă riglată avînd o formă torsionată. Această suprafaţă este o suprafaţă de simetrie a mişcării în angrenajul hiperboloidal, iar punctele D_1 şi D_2 joacă rolul unor centre de rotaţie dacă se ia în considerare distribuţia de viteze.

3.2. Noţiuni generale privind angrenajele hipoide

Angrenajele hipoide sînt destinate transmiterii mişcării de rotaţie între axe încrucişate care nu sînt în acelaşi plan, avînd rolul de a suplini angrenajele hiperboloidale.

În mod obişnuit ele se folosesc pentru rapoarte de transmitere de la 1 (unu) pînă la 10 (zece), denumite angrenaje hipoide normale, dar în prezent există variante ale angrenajelor hipoide (hipoide speciale) la care raportul de transmitere este mult mai mare, raport obţinut în primul rînd pe seama micşorării numărului de dinţi al pinionului pînă la $z = 1$ (melc cu un început). Dintre acestea menţionăm angrenajul cu roată plană şi melc cilindric (Helicon) şi cel cu roată conică şi melc conic (Spiroid).

În raport cu alte tipuri de angrenaje, angrenajele hipoide prezintă o serie de avantaje:

1. Capacitate mare de transmitere a efortului datorită atît formei dinților, cît și configurației geometrice a ansamblului care permite construcția unor lagăre rigide.

2. Metodele de prelucrare existente, (ne referim în mod deosebit la metoda suprafeței înfășurătoare) permit obținerea unui contact linear între dinți, respectiv posibilitatea controlului lungimii petei de contact, ceea ce aduce un plus de creștere a capacității portante.

3. Datorită alunecării între dinți (în lungul dinților), angrenajele hipoide lucrează mai liniștit decît angrenajele conice cu dinți curbi, asemănîndu-se, din acest punct de vedere, cu angrenajele melcate.

4. Tehnologia de execuție a roților hipoide este, în principiu, aceeași ca cea a roților conice cu dantură curbă, prelucrarea lor făcîndu-se pe aceleași utilaje.

La folosirea angrenajelor hipoide trebuie să se țină seama de faptul că prezența alunecării între dinți, mult mai mare decît la alte tipuri de angrenaje, creează tendința spre o uzură mai pronunțată la abraziune decît la oboseală.

Pentru aceasta sînt necesare măsuri ca mediul în care funcționează aceste angrenaje să fie etanș, lipsit de posibilitatea pătrunderii prafului, suprafețele dinților în contact să aibă o duritate ridicată, iar pentru ungere să se folosească uleiuri corespunzătoare unor presiuni de contact și viteze de alunecare mari (uleiuri aditivate).

Angrenajele hipoide au început prin a se impune în construcția automobilelor, dovedindu-și eficiența pentru angrenajele conice ale diferențialelor.

Capacitatea lor mare de transmitere a efortului le-a făcut să se extindă în continuare la autocamioane, tractoare, locomotive electrice și alte mijloace de transport precum și la diverse utilaje mobile.

La utilaje statice o deosebită răspîndire au aceste angrenaje în industria hîrtiei și în industria metalurgică.

În ultimul timp angrenajele de tip Helicon și Spiroid au început să se folosească la mașini-unelte, în special ca înlocuitoare ale angrenajelor melcate, mari consumatoare de metale neferoase.

După cum s-a menționat mai sus, la angrenajul hipoid axa pinionului se găsește sub axa roții (sau deasupra), ceea ce permite, în cazul unei dezaxări suficient de mari, ca arborele pinionului să treacă pe sub arborele roții și să fie sprijinit pe un lagăr corespunzător.

Dacă se consideră roata conică a angrenajului hipoid ca fiind roata conică a unui angrenaj conic obișnuit, la care pinionul are același număr de dinți ca și pinionul hipoid (deci este echivalent), se constată că pinionul hipoid are dimensiuni diferite față de pinionul conic echivalent, ceea ce are efecte favorabile din punct de vedere al capcității de transmitere a efortului în cazul cînd pinionul este mai mare.

Suprafețele de referință (respectiv suprafețele de divizare și rostogolire de la prelucrare) ale roților angrenajului hipoid sînt conuri în contact numai într-un singur punct P, plasat la jumătatea lățimii danturii roții și a pinionului, numit punct mediu.

Elementele geometrice asociate acestui punct vor avea în cele ce urmează precizarea „mediu" (exemplu: cerc de referință mediu).

Generatoarele acestor două conuri sînt intersectate în punctul P şi determină un plan imaginar tangent la cele două conuri.

Este evident că două conuri aşezate în această poziţie au axele încrucişate neconcurente întocmai ca la angrenajul hiperboloidal şi, după cum s-a arătat anterior, substituie cei doi hiperboloizi de referinţă ai angrenajului hiperboloidal, respectiv hiperboloizii de divizare, întrucît hiperboloizii de rostogolire rămîn neschimbaţi, fiind determinaţi de ω_1 şi ω_2.

Planul imaginar tangent la ambele conuri în punctul P este numit plan tangent comun.

Perpendiculara pe acest plan în punctul P este o dreaptă care intretaie axele celor două conuri, dreaptă numită în mod obişnuit normală comună în punctul de contact mediu.

Deoarece din considerentele anterioare a reieşit că pentru acelaşi raport de transmitere pot fi alese o gamă largă de diametre ale roţilor componente ale angrenajului hipoid (fără a se respecta neapărat raportul diametrelor pentru un raport de transmitere dat), rezultă că punctul P poate ocupa diverse poziţii în spaţiu.

Există în acest fel un număr infinit de drepte care sînt sprijinite pe cele două axe şi care trec fiecare prin cîte o poziţie a punctului P şi fiecăreia dintre aceste drepte i se poate asocia un plan perpendicular pe ea în punctul P, plan ce poate juca rolul de plan tangent comun la două conuri de referinţă ale unui angrenaj hipoid avînd axele de mai sus.

Se pot imagina deci un număr infinit de angrenaje hipoide care pot satisface aceleaşi condiţii (raport de transmitere şi distanţă între axe) ca şi un angrenaj hiperboloidal dat, urmînd ca prin calcul să se stabilească care din mulţimea acestor angrenaje hipoide corespunde din punct de vedere constructiv şi tehnologic.*

Din mulţimea acestor angrenaje hipoide numai unele au poziţia planului tangent comun în punctul P (punctul P ocupînd în fiecare caz altă poziţie în spaţiu) astfel încît normala la suprafeţele conice să coincidă cu normala la suprafeţele hiperboloidale axoide, care constituie axa de simetrie a mişcării, sau cu alte cuvinte punctul de contact al conurilor de referinţă să se găsească pe dreapta axă de simetrie a mişcării.

Rezultă din aceasta că deoarece dantura conică are în mod obişnuit dinţii simetrici faţă de raza conurilor (simetrie geometrică), există situaţii cînd axa de simetrie a mişcării (simetrie cinematică) face un unghi cu axa de simetrie geometrică a danturii.

Acest fenomen nu influenţează asupra mişcării decît în măsura în care se modifică gradul de acoperire al angrenării prin modificarea aparentă a unghiului de angrenare a celor două roţi conice, unghi ce va trebui luat în considerare faţă de axa de simetrie cinematică.

Din punct de vedere al angrenării foarte important este ca suprafaţa de angrenare a dinţilor angrenajului hipoid să treacă prin punctul P asigurîndu-se în acest fel posibilitatea localizării petei de contact într-o zonă convenabilă.

După cum se menţionează în lucrarea [1], pentru ca suprafaţa de angrenare să treacă prin punctul P este necesar şi suficient ca, în punctul P, tangenta la curba dintelui, în planul tangent comun, să fie paralelă cu vectorul vitezei de alunecare între dinţi : $\overline{v} = \overline{v}_1 - \overline{v}_2$ (v. fig. 3.6).

---

*) Se recomandă a se reveni la aceste consideraţii după citirea subcapitolului 3.3. Poziţia reciprocă pinion roată hipoidă.

În cele ce urmează vectorul alunecării între dinţi, notat anterior v_{21}, va fi notat simplificat v.

Se constată, în concluzie, că cinematic roţile conice ale angrenajului hipoid îndeplinesc aceeaşi funcţie ca şi roţile hiperboloidale, ele fiind conice numai din punct de vedere tehnologic (prin execuţie), din care cauză angrenajul hipoid este definit uneori ca un angrenaj pseudoconic.

3.3. Poziţia reciprocă pinion-roată în angrenajele hipoide

Datorită intersectării generatoarelor conurilor de referinţă în punctul P, vitezele de rotaţie a pinionului şi a roţii au, în acest punct, direcţii diferite.

În fig. 3.6 segmentul $\overline{PO_1}$ reprezintă generatoarea conului de referinţă al pinionului, iar $\overline{PO_2}$ — generatoarea conului de referinţă al roţii. Întrucît ω_1 este viteza unghiulară de rotaţie a pinionului şi ω_2 — a roţii, rezultă că vectorii viteză $\overline{v}_1$ şi $\overline{v}_2$ în punctul P sînt conţinuţi în planul tangent comun.

Avînd direcţii diferite, rezultă că între cele două suprafeţe conice, pe lîngă mişcarea de rostogolire, există şi o mişcare de alunecare cu viteza $\overline{v} = \overline{v}_1 - \overline{v}_2$.

Dacă C este curba dinţilor în contact în punctul P (arc de cerc, arc de epicicloidă, de evolventă etc.) iar tangenta la această curbă în punctul P este T, unghiul de înclinare al danturii va fi β_1 la pinion şi β_2 la roată.

Spre deosebire de angrenajul conic normal, la care unghiurile de înclinare ale danturii sînt egale la pinion şi la roată, la angrenajul hipoid ele sînt diferite, respectiv cazul cel mai frecvent $\beta_1 > \beta_2$.

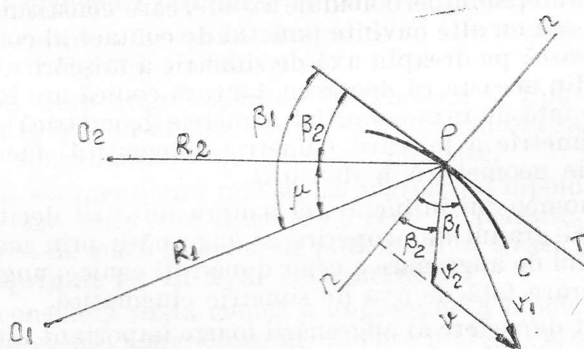


Fig. 3.6

Pentru ca angrenarea să poată avea loc este necesar ca cele două curbe ale dinţilor în contact să nu se desprindă una de alta în timpul mişcării ceea ce se poate realiza atunci cînd proiecţiile vectorilor viteză pe normala nn în punctul P sînt egale, de unde

$$v_1 \cos \beta_1 = v_2 \cos \beta_2 \text{ (v. fig. 3.6).} \quad (3.20)$$

(Dreapta nn se găsește în planul comun tangent generatoarelor și nu se va confunda cu normala comună care este perpendiculară pe planul comun tangent în P).

Din această condiție rezultă imediat că viteza de alunecare v este orientată tangent la flancul dinților C, adică pentru obținerea trecerii suprafeței de angrenare prin punctul P se regăsește condiția amintită anterior.

Întrucît $v_1 = \omega_1 \cdot r_1$ și $v_2 = \omega_2 \cdot r_2$ iar $v_1 \cos \beta_1 = v_2 \cos \beta_2$ rezultă raportul de transmitere:

$$i = \omega_1/\omega_2 = z_2/z_1 = (v_1/r_1) \cdot (r_2/v_2) = (r_2/r_1) \cdot (\cos \beta_2/\cos \beta_1) = (r_2/r_1) \cdot k. \quad (3.21)$$

Angrenajele hipoide se folosesc în mod curent numai cu axele rectangulare deși teoretic ele pot fi determinate și pentru unghiuri ale axelor diferite de 90°. Deasemeni angrenajele hipoide, în mod obișnuit, se execută cu dantură curbă deși se pot realiza și cu dantură rectilinie înclinată.

Deoarece există diferite tipuri de danturi conice curbe (arc de cerc, arc de epicicloidă, arc de evolventă etc.) există și tipuri corespunzătoare de danturi hipoide.

În cazul de față se prezintă dantura hipoidă cu dinți în arc de cerc și cu înălțimea dintelui constantă, generată prin rostogolire cu roată plană (metoda ruletelor), dar trebuie reținut că relațiile privind poziția reciprocă a roții și pinionului sînt relații generale, aplicabile în toate cazurile de danturi hipoide, indiferent de metoda de prelucrare.

În fig. 3.7 se prezintă suprafețele conice de referință în cele trei proiecții, normala la planul tangent comun în punctul P fiind notată $\overline{D_1D_2}$.

Aceeași configurație geometrică este prezentată în spațiu în fig. 3.8. Notațiile fiind comune în ambele figuri, se pot înțelege mai ușor poziția reciprocă și relațiile între diversele elemente geometrice.

În fig. 3.8 planul tangent comun la cele două conuri este hașurat.

Notațiile din fig. 3.8 au următoarele semnificații:

δ_1 și δ_2 — semiunghiurile conurilor de referință pinion la vîrf și roată la vîrf;

R_1 și R_2 — lungimea generatoarelor medii ale conurilor de referință pinion și roată;

a — dezaxarea axelor conurilor de referință, respectiv distanța între axe (distanța cea mai scurtă dintre cele două axe, $\overline{c_1c_2}$).

Calculele se referă la angrenajul hipoid cu axe rectangulare.

Dacă se consideră în fig. 3.8 tetraedrul $C_2C_1D_1D_2$, se constată că toate suprafețele sale sînt triunghiuri dreptunghice.

Acest tetraedru reprezentat în fig. 3.9 permite stabilirea următoarelor relații:

$$\overline{C_2D_2} \operatorname{tg} \eta = a \text{ și } \overline{B_1P} \sin \eta = \overline{AB_1}, \text{ respectiv } r_1 \sin \eta = \overline{AB_1};$$

$$\overline{D_2B_2}/\overline{D_2C_2} = \overline{B_2G}/\overline{C_2C_1}, \text{ de unde } (\overline{B_2P} \operatorname{tg} \delta_2)/(a/\operatorname{tg} \eta) = \overline{C_2F}/a;$$

$$(r_2 \operatorname{tg} \delta_2 \operatorname{tg} \eta)/a = (a - r_1 \sin \eta)/a;$$

$$\operatorname{tg} \eta = (a - r_1 \sin \eta)/r_2 \operatorname{tg} \delta_2. \quad (3.22)$$

Considerăm angrenajul conic echivalent angrenajului hipoid (cu aceleași numere de dinți z_1 și z_2 dar fără dezaxare, realizînd deci același raport de transmitere) și notăm:

r_{10} — raza cercului de referință al pinionului echivalent.

r_{20} — raza cercului de referință a roții echivalente.

r_2 — raza cercului de referință a roții hipoide.

r_1 — raza cercului de referință al pinionului hipoid.

S-a menționat anterior că în cazul angrenajului hipoid se folosește curent cazul în care raza pinionului este mai mare decît raza pinionului echivalent, considerînd razele roților egale la ambele angrenaje.

În acest caz se poate scrie:

$$r_1 = r_{10}k \text{ și } r_2 = r_{20}, \qquad (3.23)$$

unde k este coeficientul de modificare a diametrului pinionului hipoid față de pinionul conic echivalent.

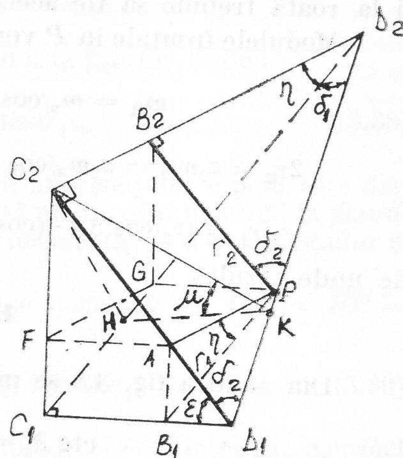


Fig. 3.9

Dacă i este raportul de transmitere, rezultă

$$i = \omega_1/\omega_2 = z_2/z_1 = r_{20}/r_{10} = r_2k/r_1.$$

Din relația (3.21) se poate constata că, pe altă cale, s-a obținut același rezultat.

Înlocuind în relația (3.22) rezultă:

$$\operatorname{tg} \eta = [a - (r_2 k \sin \eta)/i]/(r_2 \operatorname{tg} \delta_2). \qquad (3.24)$$

Deoarece la valorile admise pentru deplasarea axelor unghiul η este un unghi relativ mic, se poate înlocui în relația (3.24) $\sin \eta$ prin $\operatorname{tg} \eta$ și efectuînd calculele corespunzătoare se obține,

$$\operatorname{tg} \eta = a/[r_2(\operatorname{tg} \delta_2 + k/i)]. \qquad (3.25)$$

În continuare, din fig. 3.9 constatăm:

$$\overline{C_2D_2} \operatorname{tg} \eta = a = \overline{C_2D_1} \sin \varepsilon,$$

$\sin \varepsilon = (\overline{C_2D_2}/\overline{C_2D_1}) \cdot \operatorname{tg} \eta$, dar $\overline{C_2D_1} \operatorname{tg} \delta_2 = \overline{C_2D_2}$ de unde:

$$\sin \varepsilon = \operatorname{tg}\delta_2 \operatorname{tg} \eta. \qquad (3.26)$$

Înlocuind cu valoarea din formula (3.25) se obține,

$$\sin \varepsilon = a/[r_2(1 + k/i \operatorname{tg} \delta_2)]. \qquad (3.27)$$

În punctul P conurile de referință ale pinionului și roții hipoide sînt în contact și, după cum s-a menționat anterior, dinții pinionului și

roţii au înclinări diferite faţă de generatoarea conului de divizare, respectiv β_1 la pinion şi β_2 la roată.

Pentru ca angrenarea să poată avea loc, modulul normal m_n la pinion şi la roată trebuie să fie acelaşi.

Modulele frontale în P vor fi m_{t1} pentru pinion şi m_{t2} la roată :

$$m_{t1} = m_n/\cos \beta_1 \text{ şi } m_{t2} = m_n/\cos \beta_2. \quad (3.28)$$

$$2r_2 = z_2 m_{t2} = z_2 m_n/\cos \beta_2 \text{ şi } 2r_1 = z_1 m_{t1} = z_1 m_n/\cos \beta_1. \quad (3.29)$$

$$r_2/r_1 = (z_2/\cos \beta_2) \cdot (\cos \beta_1/z_1) = i/k, \text{ (v. şi relaţia 3.21)},$$

de unde rezultă

$$k = \cos \beta_2/\cos \beta_1. \quad (3.30)$$

Din analiza fig. 3.8 se mai pot obţine următoarele relaţii :

$$\text{ctg } \delta_2 = (a \text{ cosec } \varepsilon - r_2)/U_2, \quad (3.31)$$

$$\sin \delta_1 = \cos \delta_2 \cos \varepsilon, \quad (3.32)$$

$$r_1 = U_2 \cos \delta_1/\sin \delta_2. \quad (3.33)$$

Semnificaţia notaţiilor din aceste relaţii este următoarea :

U_2 — distanţa de la planul cercului de referinţă mediu al roţii la planul axei pinionului măsurată pe axa roţii (v. fig. 3.8);

— unghiul între planele $D_1D_2C_2$ şi $D_1D_2C_1$ şi unghi între spirele pinionului şi a roţii (v. fig. 3.6).

Din fig. 3.9 rezultă :

$$\overline{C_2K} \sin \mu = \overline{C_2H} = \overline{D_2H} \text{ tg } \eta, \quad \text{de unde } \overline{D_2H}/\overline{C_2K} = \sin \mu/\text{tg } \eta.$$

$$\overline{D_2H} \cos \delta_1 = \overline{D_2K} = \overline{C_2K} \text{ tg } \delta_2, \text{ de unde } \overline{D_2H}/\overline{C_2K} = \text{tg } \delta_2/\cos \delta_1.$$

$$\sin \mu/\text{tg } \eta = \text{tg}\delta_2/\cos \delta_1, \text{ adică } \sin \mu = \text{tg}\delta_2 \text{ tg}\eta/\cos \delta_1.$$

Ţinînd seama de relaţia (3.26) rezultă :

$$\sin \mu = \sin \varepsilon/\cos \delta_1 ; \quad (3.34)$$

$$\mu = \beta_1 - \beta_2 \text{ (v. fig. 3.6)}. \quad (3.35)$$

Din fig. 3.8 se pot deasemeni obţine relaţiile :

$$R_1 = r_1/\sin \delta_1 ; \quad (3.36)$$

$$R_2 = r_2/\sin \delta_2. \quad (3.37)$$

Din formulele (3.35) şi (3.30) rezultă:

$$\beta_1 = \mu + \beta_2, \text{ respectiv } \cos\beta_1 = \cos\mu\cos\beta_2 - \sin\mu\sin\beta_2,$$

$$\cos\beta_1 = \cos\beta_2(\cos\mu - \sin\mu \operatorname{tg}\beta_2).$$

$$\cos\beta_1/\cos\beta_2 = 1/k = \cos\mu - \sin\mu \operatorname{tg}\beta_2, \quad \text{de unde:}$$

$$\operatorname{tg}\beta_2 = (\cos\mu - 1/k)/\sin\mu. \tag{3.38}$$

O altă mărime necesară caracterizării angrenajului hipoid este distanţa C_1B_1 de la planul cercului de referinţă mediu al pinionului la planul format de axa roţii şi distanţa între axe măsurată pe axa pinionului şi notată U_1 în figurile 3.7 şi 3.8.

Examinind tetraedrul din fig. 3.9 se constată că $\overline{C_1B_1} = \overline{GP} = \overline{B_2P}\cos\varepsilon$,

$$U_1 = r_2\cos\varepsilon \text{ (vezi şi fig. 3.8).} \tag{3.39}$$

Pe baza acestor relaţii angrenajul hipoid este caracterizat complet din punct de vedere al elementelor necesare pentru determinarea formei geometrice a pinionului, a roţii şi a poziţiei lor.

În legătură cu poziţia reciprocă pinion — roată hipoidă trebuie precizat că deplasarea axei pinionului faţă de axa roţii poate fi în sensul spirei roţii ($+a$ în fig. 3.10) sau în contrasensul spirei roţii ($-a$). În cazul $a = 0$ avem angrenajul conic echivalent.

La deplasarea în sensul spirei ($+a$) pasul frontal al pinionului va fi mai mare decit pasul frontal al roţii, iar la deplasarea în sens contrar ($-a$), pasul va fi mai mic [31].

Corespunzător acestor două situaţii, diametrul pinionului va rezulta mai mare sau mai mic decit a pinionului conic echivalent.

În majoritatea cazurilor angrenajului hipoid se foloseşte în forma în care deplasarea aduce o mărire a diametrului pinionului, evident din motive de creştere a capacităţii de a transmite efort.

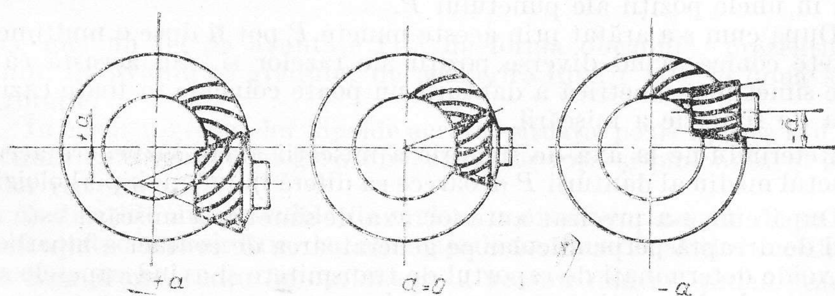


Fig. 3.10

Menţionăm că în literatură se citează un caz de folosire a unui angrenaj hipoid cu deplasarea în sensul micşorării diametrului pinionului, la o maşină pentru industria textilă.

Legat de poziția reciprocă a pinionului și a roții hipoide se pot face unele considerații în legătură cu cele afirmate la § 3.2 privind poziția punctului P în spațiu.

Se poate observa din fig. 3.8 că, la aceeași rază r_2 a roții hipoide, prin deplasarea punctului P se descrie un cerc.

Fiecărei poziții pe cerc a punctului P îi corespunde o rază r_1 a pinionului hipoid, mărimea acestei raze, conform formulei (3.21), este constantă și independentă de unghiurile conurilor δ_1 și δ_2 (pentru o valoare k dată). Punctul P fiind în planul tangent comun la conuri, normala comună în punctul P intretaie axele I și II în punctele D_1 și D_2. Poziția acestui segment de dreaptă $\overline{D_1D_2}$ este determinată prin unghiurile η (unghiul între proiecția segmentului $\overline{D_1D_2}$ respectiv $\overline{D_2C_1}$ și axa II) și ε (unghiul între proiecția $\overline{D_1C_2}$ și axa I).

Mărimea acestor unghiuri (η și ε) depinde numai de unghiul la vîrf al conului roții δ_2 (relațiile 3.25 și 3.27) pentru a, r_2, i și k date, unghiul la vîrf al conului pinionului fiind determinat la rîndul său tot numai de unghiul la vîrf al conului roții (formula 3.32) întrucît și unghiul ε este dependent numai de unghiul δ_2.

Rezultă că chiar la valori ale razelor r_2 și r_1 constante și pentru un k dat putem găsi un număr foarte mare de poziții în care conurile sînt tangente între ele și trec prin punctul P. Acest punct ocupă poziții apropiate, dar distincte în spațiu, după cum sînt plasate cercurile de rază r_2 și r_1 spre a veni în contact, acesta fiind de fapt și motivul pentru care s-a introdus precizarea de poziție reciprocă (a se vedea în exemplul de calcul variația distanțelor U_1 și U_2 tabelul 3.18).

Conform celor stabilite anterior, pentru raportul de transmitere $i = \omega_1/\omega_2$ realizat cu roțile conice, există doi hiperboloizi tangenți de axe I și II și care sînt suprafețe de referință ale angrenajului hiperboloidal corespondent (respectiv axoidele mișcării).

Acestor două suprafețe de referință hiperboloidale le corespund funcțional infinitatea de suprafețe conice tangente între ele în punctul P (punctul P ocupînd în fiecare caz alt loc în spațiu) și respectiv o infinitate de segmente D_1D_2, din care numai unele vor coincide cu cel determinat de hiperboloizi în punctul considerat.

Segmentul $\overline{D_1'D_2'}$ determinat de hiperboloizi este axa de simetrie a mișcării (vezi cap. 3.1), și coincide cu axa de simetrie a danturii conice numai în unele poziții ale punctului P.

După cum s-a arătat prin aceste puncte P pot fi duse o mulțime de suprafețe conice avînd diverse poziții ale razelor și, din această cauză, axa de simetrie geometrică a danturii nu poate coincide în toate cazurile cu axa de simetrie a mișcării.

Referindu-ne la axa de simetrie a mișcării avem în vedere aceasta în punctul mediu al danturii P deoarece ea diferă în lungul hiperboloizilor.

După cum s-a precizat anterior axa de simetrie a mișcării este segmentul de dreaptă perpendicular pe generatoarea de contact a hiperboloizilor axoide determinați de raportul de transmitere și avînd capetele sprijinite pe axele de rotație a angrenajului.

Mulțimea acestor segmente constituie o suprafață riglată, torsionată, față de care punctul P, ocupînd diverse poziții în spațiu, poate fi mai îndepărtat sau mai apropiat sau în unele cazuri chiar conținut în această suprafață.

Din cauza torsiunii acestei suprafețe putem vorbi despre o axă de simetrie în punctul P dar în lungul dintelui această axă își schimbă poziția, în afara punctului P corespunzînd cu suprafața de simetrie geometrică a danturii mai mult sau mai puțin, chiar în cazul cînd în punctul P există coincidența acestor două axe.

Acest fenomen pus în evidență la angrenajele hipoide ar apare și la angrenajele cilindrice cu axe paralele în cazul cînd s-ar prelucra cele două flancuri ale dintelui cu unghiuri de angrenare avînd valori diferite. În acest caz axa de simetrie a dintelui sau a golului (axă de simetrie geometrică) ar diferi de axa de simetrie a mișcării (axă de simetrie cinematică, respectiv linia centrelor) dinții avînd la vedere un aspect asimetric ca în fig. 3.11.

O asemenea formă a danturii în cazul angrenajelor cilindrice cu axe paralele, deși este posibilă nu are o semnificație practică, întrucît nu

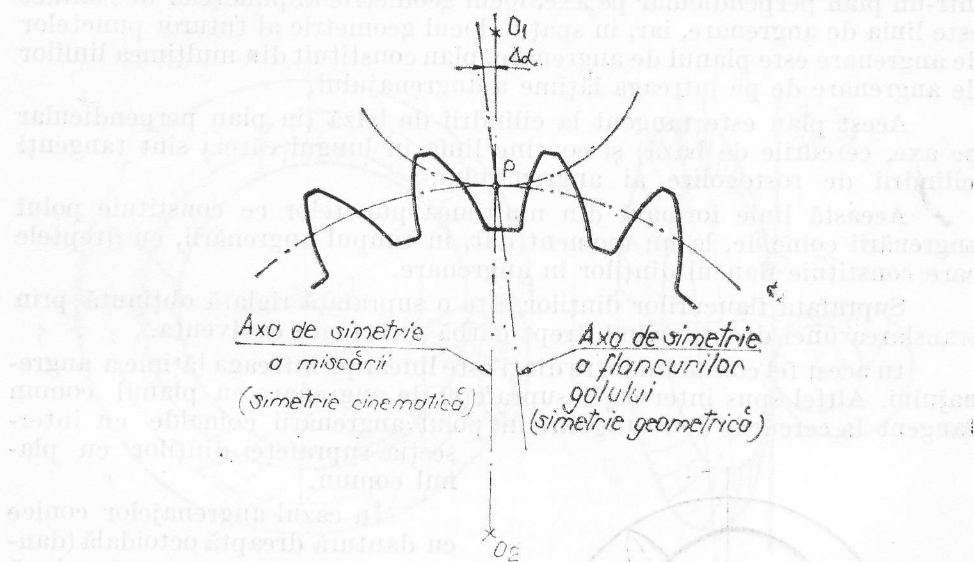


Fig. 3.11

aduce nici un fel de avantaje față de forma obișnuită, prezentînd, în schimb, dezavantajul gradului de acoperire diferit la cele două sensuri de rotație.

În cazul angrenajelor hipoide această situație poate apărea sau poate fi evitată ca urmare a alegerii dimensiunilor roții și pinionului și a poziției lor reciproce.

Indicațiile din calculele de reglare a diverselor mașini de danturat hipoid conduc la unele firme la angrenaje de un tip iar la altele la celălalt tip. Numai un studiu de optimizare a acestor danturi ținînd seama de solicitări, viteze de alunecare, randamente, condiții de execuție etc. ar putea preciza care tip este preferabil.

Acest fenomen de înclinare al axei de simetrie cinematică față de planul radial al corpurilor de revoluție, privit din punctul de vedere geometric, poate fi considerat ca o asimetrie cinematică.

Fenomenul este relativ, întrucît din punct de vedere al mecanicii teoretice există o simetrie cinematică, simetria față de planul radial al corpurilor de revoluție a angrenajului prezentîndu-se ca o asimetrie geometrică față de axa de simetrie cinematică.

În cele ce urmează, cînd se vorbește de asimetrie cinematică, se are în vedere acest fenomen.

3.4. Noțiuni privind angrenarea danturii hipoide

Locul geometric al punctelor succesive de contact în spațiu între flancurile unei perechi de dinți în angrenare este o suprafață imaginară numită suprafață de angrenare. La angrenajele cilindrice cu axe paralele, într-un plan perpendicular pe axe, locul geometric al punctelor de contact este linia de angrenare, iar, în spațiu, locul geometric al tuturor punctelor de angrenare este planul de angrenare, plan constituit din mulțimea liniilor de angrenare de pe întreaga lățime a angrenajului.

Acest plan este tangent la cilindrii de bază (în plan perpendicular pe axe, cercurile de bază) și conține linia în lungul căreia sînt tangenți cilindrii de rostogolire ai angrenajului.

Această linie formată din mulțimea punctelor ce constituie polul angrenării coincide, la un moment dat, în timpul angrenării, cu dreptele care constituie flancul dinților în angrenare.

Suprafața flancurilor dinților este o suprafață riglată obținută prin translarea unei drepte avînd drept curbă directoare evolventa.

În acest fel contactul între dinți este linear pe întreaga lățime a angrenajului. Altfel spus intersecția suprafeței de angrenare cu planul comun tangent la cercurile de rostogolire în polul angrenării coincide cu intersecția suprafeței dinților cu planul comun.

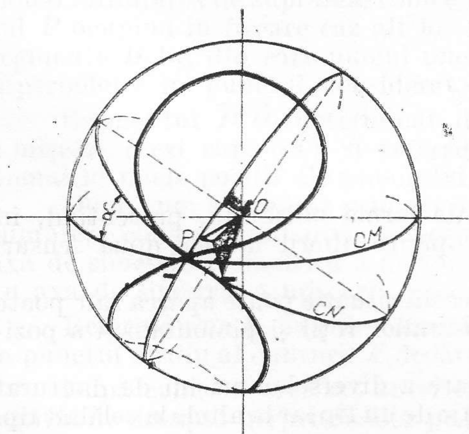


Fig. 3.12

În cazul angrenajelor conice cu dantură dreaptă octoidală (dantură generată cu roată plană avînd flancul dinților suprafețe plane) linia de angrenare este o curbă numită lemniscată sferică (sau octoidă, fig. 2.5) și a cărei linie nu poate fi conținută în planul comun tangent la cele două conuri de bază, respectiv CN în fig. 3.12.

Întrucît angrenarea are loc numai pe o zonă limitată deoparte și de alta a punctului P se poate admite că această porțiune de octoidă este conținută practic în planul CN.

Dreapta de contact a conurilor de referință fiind PO, prin analogie cu cazul angrenajelor cilindrice cu axe paralele se poate vedea că contactul între dinți va fi linear pe toată lungimea dintelui.

În cazul angrenajelor conice cu dantură curbă (dintele avînd o formă curbilinie) problema este mai complexă, dar se demonstrează că și în acest caz contactul se face pe întreaga lungime a dinților, afară de cazul cînd intenționat se modifică razele de curbură pentru localizarea petei de contact.

În cazul angrenajelor hipoide suprafața de angrenare este mai complicată dar și aici este de dorit să se realizeze două condiții :

1. Intersecția suprafeței de angrenare cu planul comun tangent la cele două conuri de referință să coincidă cu linia dinților pe întreaga lungime, spre a asigura suprafața de contact.

2. Suprafețele de angrenare ale celor două flancuri să fie egal inclinate față de axa de simetrie a mișcării celor două roți spre a se asigura grad de acoperire egal la ambele sensuri de rotație.

Aceste cerințe sînt posibil de obținut în cazul prelucrării roților angrenajului hipoid prin metoda rostogolirii cu suprafață înfășurătoare.

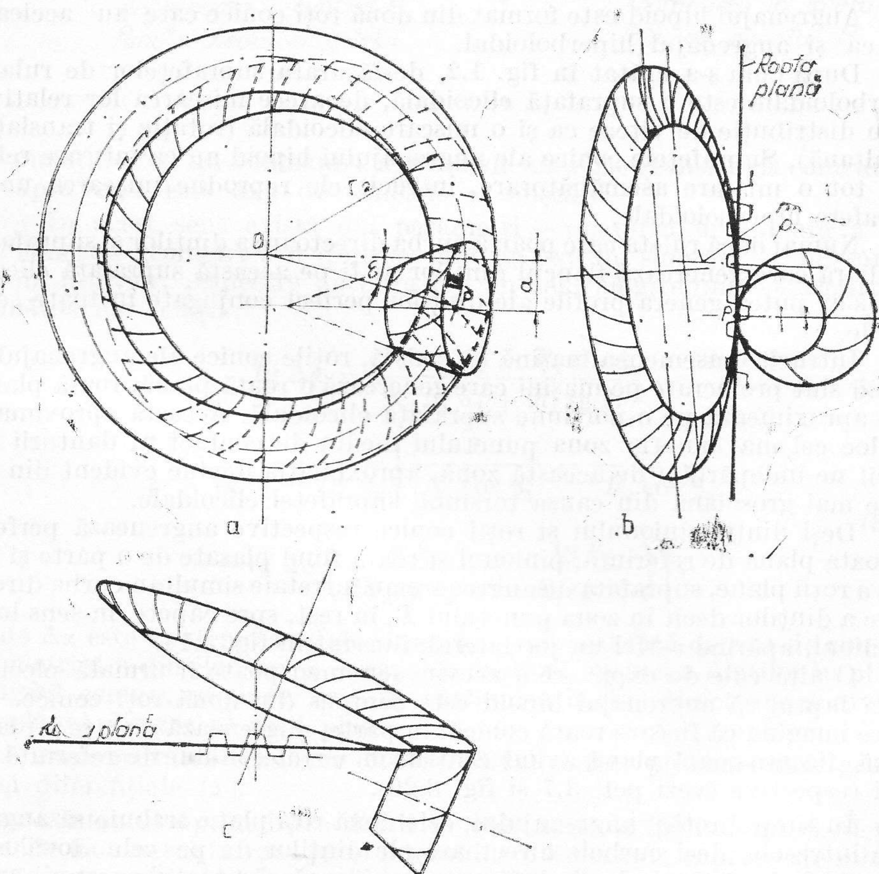


Fig. 3.13

În acest caz, sculele generînd în spațiu dintele roții hipoide, suprafața laterală a acestuia va înfășura și va genera la pinion suprafața dintelui în așa fel incît contactul dinților se face pe toată lungimea lor.

Evident din rațiuni de localizare a contactului, suprafața generatoare se alege de așa manieră încît lungimea petei de contact să rezulte mai mică decît lungimea dintelui și pata de contact să fie plasată în primele 2/3 dinspre capătul mai subțire al dintelui.

Există în acest fel posibilitatea de a realiza pata de contact cu poziție și dimensiuni optime încă de la fabricație.

În cazul roților hipoide generate prin metoda ruletelor, respectiv prin intermediul roții plane generatoare, lucrurile diferă în oarecare măsură.

În acest caz contactul între pinionul și roata hipoidă este teoretic punctiform, localizat în punctul mediu al danturii, respectiv în punctul P. Practic contactul este de la început localizat pe o suprafață în jurul punctului P și această suprafață se extinde prin rodare atingînd dimensiuni optime în prima perioadă de funcționare a angrenajului.

De ce contactul este punctiform se explică în mecanica teoretică prin complexul de normale la suprafețele de înfășurare reciprocă.

Mai intuitiv acest lucru se poate explica în modul următor :

Angrenajul hipoid este format din două roți conice care au aceleași axe ca și angrenajul hiperboloidal.

După cum s-a arătat în fig. 1.2, desfășurata suprafețelor de rulare hiperboloidale este o suprafață elicoidală, deoarece mișcarea lor relativă are o distribuție de viteze ca și o mișcare elicoidală (rotație și translație simultană). Suprafețele conice ale angrenajului hipoid au ca mișcare relativă tot o mișcare asemănătorare, întrucît ele reproduc mișcarea unor suprafețe hiperboloidale.

Numai dacă ruleta care poartă curba directoare a dinților și suprafața auxiliară care generează flancul dinților ar fi pe această suprafață elicoidală s-ar putea genera profile ale dinților perfect conjugate în toate secțiunile.

Întrucît o asemenea mașină nu există, roțile conice ale angrenajului hipoid sînt prelucrate pe mașini care generează o roată plană, roată plană care aproximează pe o porțiune suprafața elicoidală. Această aproximare are loc cel mai bine în zona punctului mediu de contact al danturii și, cu cît ne îndepărtăm de această zonă, aproximația devine evident din ce în ce mai grosolană din cauza torsiunii suprafeței elicoidale.

Deși dinții pinionului și roții conice respective angrenează perfect cu roata plană de referință, pinionul și roata fiind plasate de o parte și de alta a roții plane, suprafața de angrenare nu întretaie simultan curba directoare a dinților decît în zona punctului P, în rest, spre capete, în sens longitudinal, apărînd astfel un joc lateral, ilustrat în fig. 3.14.

O altă cale de explicare a acestui fenomen poate fi urmată plecînd de la faptul că angrenajul hipoid este compus din două roți conice. Se poate imagina că fiecare roată conică, în parte, angrenează cu cîte o roată plană, fiecare roată plană avînd centrul în vîrful conului de referință al roții respective (vezi pct. 3.7 și fig. 3.20).

În timpul rotirii angrenajului, cele două roți plane trebuie să angreneze între ele, deci curbele directoare ale dinților de pe cele două roți plane trebuie să fie curbe de înfășurare reciprocă. Contactul acestor curbe este punctiform, permițînd rostogolire și alunecare simultană.

Și în ceea ce privește simetria celor două suprafețe de angrenare, corespunzătoare flancurilor antiomoloage ale danturii, apar unele probleme. Astfel, cele două roți conice ale angrenajului hipoid înlocuesc roțile

hiperboloidale şi se rotesc cu aceleaşi viteze unghiulare ca şi roţile hiperboloidale.

Axa de simetrie a mişcării (cap. 3.1) este o dreaptă sprijinită pe axele angrenajului şi intersectează generatoarea de contact a celor doi hiperboloizi de rostogolire sub un unghi drept.

Pe de altă parte, cele două roţi conice rezultă din prelucrarea obişnuită cu dinţii simetrici faţă de raza cercurilor de referinţă care se ating

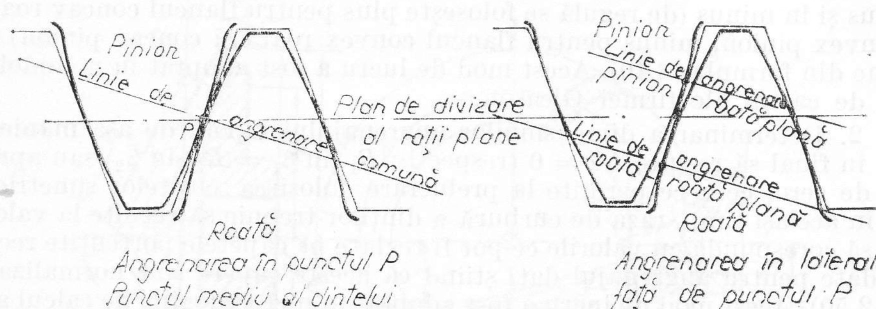


Fig. 3. 14

în punctul P şi nu totdeauna axa lor de simetrie geometrică coincide cu dreapta care este axă de simetrie a mişcării.

În acest sens există doi parametri – abaterea unghiulară a axei de simetrie geometrică a dinţilor faţă de axa de simetrie a mişcării şi forma dinţilor, respectiv curbura lor, în sens longitudinal – legaţi prin următoarele relaţii :

$$\operatorname{tg} \Delta\alpha = \frac{R_1 \sin \beta_1 - R_2 \sin \beta_2}{R_2 \operatorname{tg} \delta_2 + R_1 \operatorname{tg} \delta_1}, \tag{3.40}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_1 - \operatorname{tg} \beta_2} \left[\frac{1}{R_1 \cos \beta_1} - \frac{1}{R_2 \cos \beta_2} - \operatorname{tg} \Delta\alpha \left(\frac{\operatorname{tg} \beta_2}{R_2 \operatorname{tg} \delta_2} + \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{R_1 \operatorname{tg} \delta_1} \right) \right], \tag{3.41}$$

unde $\Delta\alpha$ este abaterea axei de simetrie a mişcării faţă de axa de simetrie geometrică a dinţilor, iar ρ – raza de curbură optimă a dinţilor în planul tangent comun, respectiv raza de curbură a curbei directoare a dintelui în planul divizor al roţii plane.

Demonstrarea relaţiilor (3.40) şi (3.41) se face prin metodele geometriei diferenţiale [1].

Contactul optim între dinţii în angrenare ai pinionului şi ai roţii hipoide (contactul în care jocul lateral între dinţi spre capete este minim) se obţine atunci cînd la un $\Delta\alpha$ rezultat din dimensiunile geometrice ale roţilor angrenajului (R, δ şi β) se prelucrează dinţii cu raza de curbură ρ rezultată din relaţia (3.41).

Aceasta presupune că raza capului portcuţite este egală cu raza rezultată din calcul, respectiv $r_{crc} = \rho$.

Existența unghiului $\Delta\alpha$ ne arată că angrenarea nu se face la fel în ambele sensuri de rotație, deci gradul de acoperire diferă.

Întrucît acest lucru nu este de dorit există două soluții :

1. Utilizarea cuțitelor asimetrice și prelucrarea cu unghiuri de presiune asimetrice a dinților roților conice astfel incit în angrenare în poziția hipoidă angrenarea să fie simetrică față de axa de simetrie a mișcării.

Valoarea $\Delta\alpha$ cu care trebuie modificat unghiul de angrenare nominal în plus și în minus (de regulă se folosește plus pentru flancul concav roată și convex pinion, minus pentru flancul convex roată și concav pinion) se obține din formula (3.40). Acest mod de lucru a fost adoptat în metodologiile de calcul ale firmei Gleason.

2. Determinarea dimensiunilor angrenajului hipoid de așa manieră încît în final să rezulte $\Delta\alpha = 0$ (respectiv $R_1 \sin \beta_1 = R_2 \sin \beta_2$) sau apropiat de zero, ceea ce permite la prelucrare folosirea cuțitelor simetrice, dar, în același timp, raza de curbură a dinților trebuie să rezulte la valori care să corespundă cu valorile ce pot fi reglate pe capetele portcuțite recomandate pentru angrenajul dat, știind că aceste capete sînt normalizate (fig. 2.50). Acest mod de lucru a fost adoptat în metodologiile de calcul ale firmei Klingelnberg.

Din cele expuse rezultă că raza de curbură optimă este necesară pentru a asigura un contact cît mai bun al dinților în sens longitudinal, dar ea nu este strict necesară din punct de vedere al posibilității de angrenare.

Depărtarea progresivă a razei de curbură reale față de raza de curbură optimă duce la tendința dinților de a-și modifica grosimea spre capete, reducîndu-se contactul în lungul dinților la o zonă din ce în ce mai mică în jurul unui punct.

Abaterea unghiului de angrenare $\Delta\alpha$, de asemenea nu este restrictivă din punct de vedere al posibilității de angrenare. Ea duce la faptul că în cazul cînd prelucrarea se face cu cuțite avînd același unghi de angrenare la ambele flancuri dar dimensiunile roților (respectiv și poziția lor reciprocă) nu sînt adecvate, angrenajul nu mai are cîmp de angrenare egal la rotirea în ambele sensuri. Aceasta este defavorabil din punct de vedere al capacității de a transmite efort egal la rotire reversibilă, prin micșorarea gradului de acoperire pe unul din sensurile de rotire.

După cum s-a demonstrat anterior, suprafețele de rostogolire ale angrenajului hipoid sînt suprafețe hiperboloidale a căror poziție, în majoritatea cazurilor, nu corespunde cu suprafețele de referință conice. Întrucît polul angrenării se găsește pe suprafețele hiperboloidale, în afara zonelor dințate, rezultă că în această situație angrenajul hipoid este un angrenaj extrapolar. Angrenarea extrapolară are o serie de consecințe favorabile asupra funcționării. În acest caz se evită angrenarea în punctul de rezistență minimă la solicitarea de contact, polul angrenării, iar sensul vitezei de alunecare (în plan transversal) este același în tot timpul contactului între dinți, ceea ce îmbunătățește mult condițiile de ungere și reduce zgomotul de funcționare prin eliminarea schimbării în pol a sensului vitezei de alunecare și a ruperii filmului de ulei.

3.5. Dimensiunile danturii angrenajelor hipoide

După cum s-a menționat anterior, în acest material sînt prezentate angrenajele hipoide cu dantură în arc de cerc cu înălțime constantă a dinților. Elementele danturii acestui tip de angrenaje sînt cele indicate în fig. 3.15.

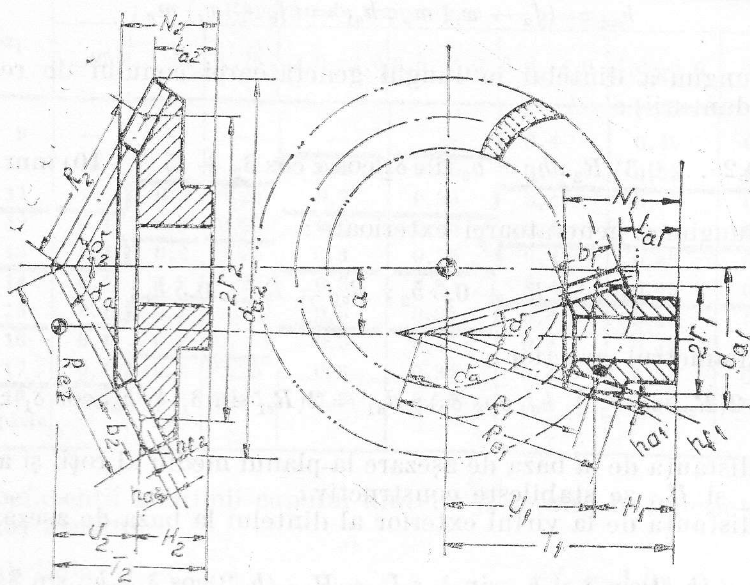


Fig. 3.15

Dantura în arc de cerc cu înălțime constantă a dintelui conform prezentei metodologii se recomandă a fi utilizată la angrenaje hipoide în limitele:

$$k_b = 0,2 \ldots 0,3\,;\ z_1 \geqslant 9\,;\ z_0 \geqslant 25\,;\ \alpha_n = 20°\,;$$

α_n — unghiul de angrenare nominal, în secțiune normală, în punctul mediu al danturii;
k_b — coeficientul lățimii danturii roții, $k_b = b_2/R_2$;
b_2 — lățimea coroanei dințate la roată;
R_2 — lungimea generatoarei medii a roții;
z_0 — numărul de dinți al roții plane de referință.

Formulele pentru determinarea elementelor danturii sînt:

— modulul normal în punctul mediu al danturii:

$$m_n = 2r_1 \cos \beta_1/z_1 = 2r_2 \cos \beta_2/z_2\,; \tag{3.42}$$

— înălțimea piciorului dintelui la roată și pinion:

$$h_{f_2} = (f_a + x_r + c_n')\, m_n\,;\ h_{f_1} = (f_a - x_r + c_n')\, m_n\,; \tag{3.43}$$

f_a — coeficientul înălţimii capului dintelui (tabelul 3.1);
x_r — coeficientul deplasării radiale a profilului (tabelul 3.1);
m_n — modulul normal în punctul P;
c'_n — coeficientul jocului la fund (se recomandă 0,2 . . . 0,25);

— înălţimea capului dintelui la roată şi pinion:

$$h_{a2} = (f_a - x_r)\, m_n\,;\; h_{a1} = (f_a + x_r)\, m_n\,; \quad (3.44)$$

— lungimea dintelui în lungul generatoarei conului de referinţă, (lăţimea danturii):

$$b_2 = (0{,}2\,\ldots\,0{,}3)\, R_2\,;\; b_1 = b_2 \sin \delta_2 / \cos \varepsilon \cos \delta_2 + (5\,\ldots\,10)\ \text{mm}\,; \quad (3.45)$$

— lungimea generatoarei exterioare:

$$R_{e2} = R_2 + 0{,}5\, b_2\,;\; R_{e1} = R_1 + 0{,}5\, b_1\,; \quad (3.46)$$

— diametrul exterior:

$$d_{a2} = 2(R_{e2} \sin \delta_2 + h_{a2} \cos \delta_2)\,;\; d_{a1} = 2(R_{e1} \sin \delta_1 + h_{a1} \cos \delta_1)\,; \quad (3.47)$$

— distanţa de la baza de aşezare la planul mediu al roţii şi al pinionului, H_2 şi H_1, se stabileşte constructiv;

— distanţa de la vîrful exterior al dintelui la baza de aşezare:

$$L_{a2} = H_2 - (b_2/2) \cos \delta_2 + h_{a2} \sin \delta_2\,;\; L_{a1} = H_1 - (b_1/2) \cos \delta_1 + h_{a1} \sin \delta_1\,; \quad (3.48)$$

— lungimea corpului roţii şi a pinionului:

$$N_2 = L_{a2} + b_2 \cos \delta_2\,;\; N_1 = L_{a1} + b_1 \cos \delta_1\,; \quad (3.49)$$

— grosimea dintelui pe coarda constantă în punctul mediu al danturii în secţiune normală:

$$s_{nc2} = m_n[(\pi/2) \cos^2 \alpha_n - x_r \sin 2\,\alpha_n]\,;\; s_{nc1} = m_n[(\pi/2) \cos^2 \alpha_n + x_r \sin 2\alpha_n]\,; \quad (3.50)$$

— înălţimea la coarda constantă:

$$h_{c2} = h_{a2} - 0{,}5 s_{nc2}\, \text{tg}\, \alpha_n\,;\; h_{c1} = h_{a1} - 0{,}5\, s_{nc1}\, \text{tg}\, \alpha_n\,; \quad (3.51)$$

— distanţele de montaj:

$$T_2 = U_2 + H_2\,;\; T_1 = U_1 + H_1. \quad (3.52)$$

Coeficienţii deplasării radiale a profilului x_r şi coeficienţii înălţimii capului dintelui f_a pentru dantura hipoidă cu dinţi în arc de cerc cu înălţime constantă şi unghiul de angrenare nominal în secţiune normală $\alpha_n = 20°$ sînt daţi în tabelul 3.1.

Coeficienţii deplasării radiale a profilului x_r se aleg pentru toate unghiurile de înclinare β_1 şi toate numerele de dinţi z_1 numai în funcţie de raportul de transmitere i (coloanele tabelului 3.1).

Tabelul 3.1. **Coeficienţii deplasării radiale a profilului şi coeficienţii înălţimii capulului dintelui**

	z_1	Raportul de transmitere $i = u = z_2/z_1$								
		1,25	1,5	1,75	2,0÷2,5	2,5÷3,0	3,0÷4,0	4,0÷6,0	>6	4
	9	—	—	—	—	—	0,4	0,45	0,5	
	10	—	—	—	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	
4	11	—	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	3
	12	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4	0,5	
	13	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	2
3	14	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	
	15	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	1
2	16	0,1	0,2	0,	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	
	17	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	
1	18 şi peste	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	

Coeficienţii înălţimii capului dintelui f_a se aleg în funcţie de z_1 şi i în modul următor:

sub linia 1 — 1 . . . . $f_a = 1{,}0$

între linia 1 — 1 şi 2 — 2 . . . . $f_a = 0{,}9$

„ „ 2 — 2 şi 3 — 3 . . . . . . $f_a = 0{,}8$

„ „ 3 — 3 şi 4 — 4 . . . . $f_a = 0{,}7$

De regulă se recomandă ca unghiul de înclinare a spirei pinionului β_1 să fie în domeniul 45° . . . 50°, admiţîndu-se însă, în caz de necesitate, unghiuri peste 50°. (Danturile Paloidă şi Eloidă, tot cu înălţime constantă a dintelui, admit pînă la $\beta_1 = 60°$).

Pentru unghiul de înclinare a spirei roţii β_2 se admit, în general, valori $\beta_2 > 20°$.

Referitor la coeficientul f_a putem aprecia că recomandările de mai sus sînt făcute acoperitor, întrucît în literatură apar şi valori care sînt în limite ceva mai ridicate.

Cît priveşte numărul minim de dinţi al pinionului, se întîlnesc danturi în arc de cerc cu înălţime constantă care utilizează şi numere de dinţi sub 9, ceea ce indică rezerve şi în această direcţie.

În acest sens se recomandă ca la proiectarea unui angrenaj hipoid de acest tip, care ar necesita depăşirea limitelor indicate, să se execute un prototip la care să se verifice practic corecţiile necesare.

Comparînd tabelele coeficienţilor de la dantura conică curbă şi de la dantura hipoidă se constată că la ultima nu se mai introduce deplasarea tangenţială a profilului dintelui. Acest lucru se datoreşte faptului că la dantura hipoidă cu deplasarea axelor pozitivă, prin însăşi

natura configurației geometrice, grosimea dintelui la pinion rezultă mai mare decît la dantura conică curbă normală și nu mai este necesară îngroșarea pinionului în dauna roții.

3.6. Forțele în angrenajul hipoid

Pentru dimensionarea angrenajului și pentru calculul lagărelor sînt necesare forțele care acționează în angrenajul hipoid (fig. 3.16).

Forța tangențială care acționează asupra roții este P_2, iar asupra pinionului, P_1.

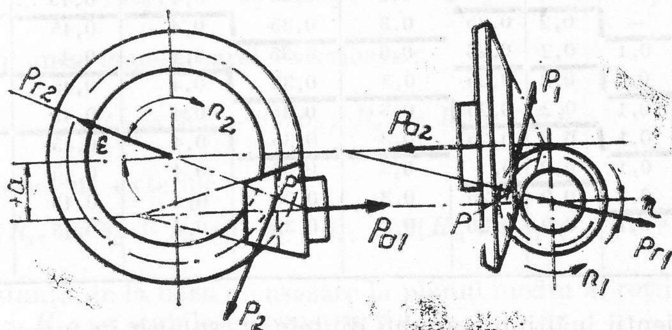


Fig. 3.16

Între cele două forțe există relația :

$$P_1/P_2 = \cos \beta_1/\cos \beta_2 = 1/k. \tag{3.53}$$

Forța care acționează asupra roții se determină din momentul care trebuie transmis, respectiv $P_2 = M/r_2$, unde M este momentul cuplului motor, iar r_2 — raza medie a danturii roții.

Forțele axiale și radiale care acționează asupra roții și pinionului sînt date de formulele din tabelul 3.2.

După cum s-a precizat anterior pinionul are, de regulă, pentru angrenaje hipoide deplasarea +a, pozițiile posibile ale pinionului în funcție de sensul spirei dintelui fiind cele din fig. 3.17. Pozițiile a, b se numesc cu pinion sus iar c, d, cu pinion jos. Se vede că în a și b este în fond același angrenaj, rotit cu 180° ; de asemeni c și d.

Pentru angrenajele cu pinion jos și rotația pinionului în sens orar (văzut din sens opus vîrfului conului) direcția acestor forțe corespunde pentru valori pozitive cu cea indicată în fig. 3.16. Pentru valori negative sensul forțelor va fi invers.

Forța ce acționează normal pe flancul dinților în angrenare va fi :

$$P_n = P_2/\cos \alpha_n \cos \beta_2 = P_1/\cos \alpha_n \cos \beta_1, \tag{3.54}$$

unde α_n este unghiul de angrenare normal (unghiul muchiei tăietoare a cuțitului cu care s-a efectuat prelucrarea flancului respectiv).

Tabelul 3.2. **Forțele în angrenajul hipoid**

Tip angrenaj	Sens spiră pinion	Sens de rotație pinion	Forțele axiale	Forțele radiale
Fig. 3.17 a, b.	stînga	Sens orar	Pinion $P_{a1} = \frac{P_1}{\cos\beta_1}(\text{tg}\alpha_n \sin\delta_1 + \sin\beta_1 \cos\delta_1)$	Pinion $P_{r1} = \frac{P_1}{\cos\beta_1}(\text{tg}\,\alpha_n \cos\delta_1 - \sin\beta_1 \sin\delta_1)$
Fig. 3.17 c, d.	dreapta	Sens antiorar	Roată $P_{a2} = \frac{P_2}{\cos\beta_2}(\text{tg}\alpha_n \sin\delta_2 - \sin\beta_2 \cos\delta_2)$	Roată $P_{r2} = \frac{P_2}{\cos\beta_2}(\text{tg}\,\alpha_n \cos\delta_2 + \sin\beta_2 \sin\delta_2)$
Fig. 3.17. a, b.	stînga	Sens antiorar	Pinion $P_{a1} = \frac{P_1}{\cos\beta_1}(\text{tg}\,\alpha_n \sin\delta_1 - \sin\beta_1 \cos\delta_1)$	Pinion $P_{r1} = \frac{P_1}{\cos\beta_1}(\text{tg}\,\alpha_n \cos\delta_1 + \sin\beta_1 \sin\delta_1)$
Fig. 3. 17 c, d.	dreapta	Sens orar	Roată $P_{a2} = \frac{P_2}{\cos\beta_2}(\text{tg}\alpha_n \sin\delta_2 + \sin\beta_2 \cos\delta_2)$	Roată $P_{r2} = \frac{P_2}{\cos\beta_2}(\text{tg}\,\alpha_n \cos\delta_2 - \sin\beta_2 \sin\delta_2)$

a — axial; r — radial, sensul de rotație se stabilește privind din partea opusă vîrfului conului.

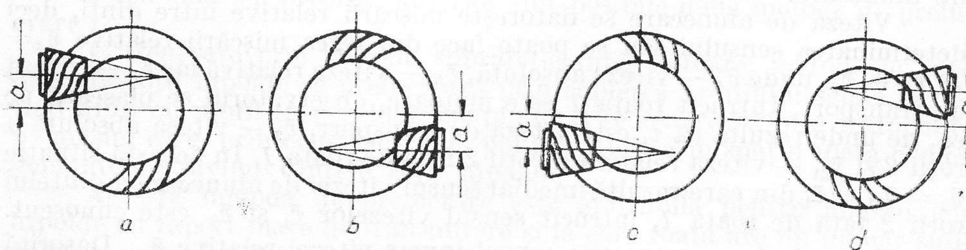


Fig. 3.17.

Direcția în spațiu a forțelor radiale P_{r2} și P_{r1} este dată de unghiurile ε și η determinate cu formulele (3.25) și (3.27).

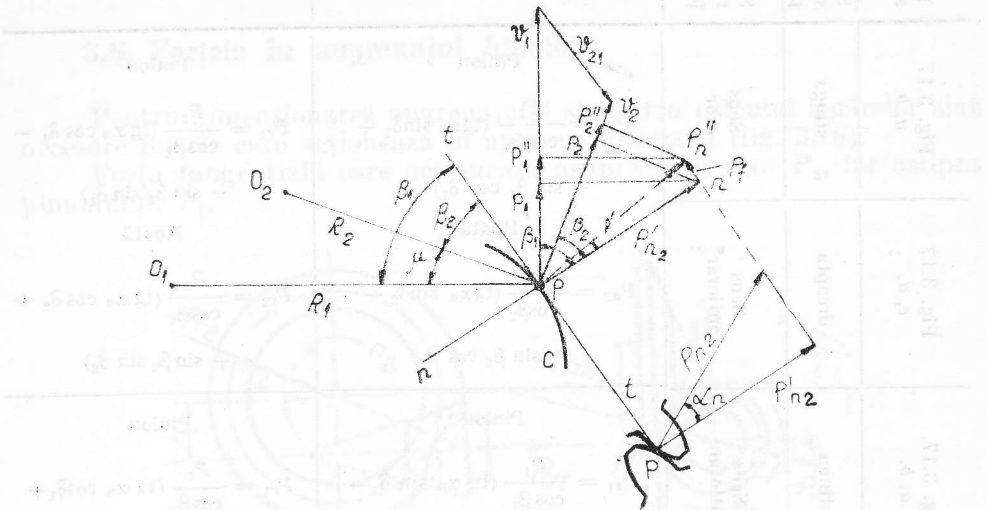
Legătura între forțele P_1, P_2 și P_n este dată în fig. 3.18, în care C reprezintă curba dintelui, tt — tangenta la dinte, nn — normala la dinte în punctul P.

Se pune întrebarea : care este expresia randamentului angrenajului hipoid?

Pentru a demonstra aceasta se stabilesc următoarele:

Roata motoare este pinionul *1*, iar roata *2* este condusă.

Cînd roata motoare lucrează, dintele său apasă pe dintele roții *2*, forța de apăsare normală fiind P_{n2}.


Fig. 3.18

Datorită existenței unghiului de angrenare α_n, această forță (P_{n2}) se proiectează pe planul tangent la cele două roți în P (punctul mediu al danturii) sub forma P'_{n2}(v. fig. 3.18),

$$P'_{n2} = P_{n2} \cos \alpha_n. \tag{3.55}$$

În timpul funcționării apare între dinți alunecarea în sens longitudinal și, sub apăsarea forței P_{n2}, o forță de frecare P_f opusă ca sens vitezei de alunecare.

Viteza de alunecare se datorește mișcării relative între dinți, deci determinarea sensului său se poate face din legea mișcării relative $\bar{v}_A = \bar{v}_R + \bar{v}_T$, unde $\bar{v}_A$ — viteza absolută, $\bar{v}_R$ — viteza relativă iar $\bar{v}_T$ — viteza de transport. Întrucît roata *1* este motoare, observatorul se plasează pe ea, de unde rezultă că v_1 este viteza de transport, $\bar{v}_2$ — viteza absolută a roții *2* și $\bar{v}_{21}$ — viteza relativă a roții *2* față de roata *1*. În această situație $\bar{v}_2 = \bar{v}_{21} + \bar{v}_1$ din care rezultă imediat sensul vitezei de alunecare a dintelui roții *2* față de roata *1*, întrucît sensul vitezelor $\bar{v}_1$ și $\bar{v}_2$ este cunoscut.

Forța de frecare va avea sensul invers vitezei relative $\bar{v}_{21}$. Datorită vitezei de alunecare și a forței de apăsare P_{n2} forța de frecare va fi $P_f = \mu P_{n2}$, unde μ este coeficientul de frecare:

$$P_f = \mu P_{n2} = \mu(P'_{n2}/\cos \alpha_n), \text{ deci } \mu/\cos \alpha_n = \operatorname{tg}\rho/\cos \alpha_n = \operatorname{tg}\rho' = f, \tag{3.56}$$

de unde

$$P_f = P'_{n2} \operatorname{tg} \rho' = f P'_{n2}. \tag{3.57}$$

Rezultă că în planul tangent comun unghiul de frecare va fi ρ'.

În calculul randamentului, forța ce va trebui luată în considerare va fi forța ce ține cont de frecare, respectiv $P''_n = P'_{n2}/\cos\rho'$. Randamentul angrenajului va fi raportul dintre puterea utilă N_2, (puterea dezvoltată la roata *2*) și puterea N_1, (puterea consumată la roata motoare *1*) :

$$\eta = N_2/N_1 = P''_2 v_2/P''_1 v_1, \text{ unde} \tag{3.58}$$

P''_2 este forța periferică pe roata *2*, forță ce corespunde cuplului rezistent, iar P''_1 — forța periferică pe pinion *1*, forță ce corespunde cuplului motor.

$$\text{Deci } \eta = v_2 P''_2/v_1 P''_1 = v_2 P''_n \cos(\beta_2 - \rho')/v_1 P''_n \cos(\beta_1 - \rho'). \tag{3.59}$$

Efectuînd calculele rezultă :

$$\eta = (1 + \text{tg}\,\beta_2\,\text{tg}\,\rho')/(1 + \text{tg}\,\beta_1\,\text{tg}\,\rho') = (1 + f\,\text{tg}\,\beta_2)/(1 + f\,\text{tg}\,\beta_1). \tag{3.60}$$

În cazul cînd se admite roata *2* ca fiind conducătoare randamentul va fi :

$$\eta = (1 - f\,\text{tg}\,\beta_1)/(1 - f\,\text{tg}\,\beta_2). \tag{3.61}$$

3.7. Prelucrarea danturii angrenajelor hipoide

3.7.1. Prelucrarea roților angrenajului hipoid prin intermediul roții plane generatoare

Prelucrarea danturii angrenajelor hipoide se face pe mașinile pentru prelucrat roți conice cu dinți curbi, mașini la care axa piesei de prelucrat se poate deplasa în sus sau în jos față de axa leagănului (tamburul mașinii) pe care se găsește capul portcuțite, deplasare numită din acest motiv, deplasare hipoidă.

După cum s-a precizat anterior sînt posibile două metode de prelucrare :

1. Generare prin metoda suprafeței înfășurătoare, metodă la care dantura roții hipoide se prelucrează prin copierea profilului sculei, rezultînd dinți cu profil trapezoidal, iar pinionul se generează prin rostogolire pe mașini care, prin construcția lor, pot materializa în spațiu roata conică generatoare, avînd dintele roții hipoide.

Această metodă de prelucrare este aplicabilă pentru angrenajele hipoide cu raport mare de transmitere și la care roata are un număr suficient de mare de dinți în așa fel încît profilul dintelui în secțiune transversală să fie aproape trapezoidal.

2. Pentru cazul cînd profilul dintelui roții hipoide nu se poate aproxima cu un profil trapezoidal sau nu se dispune de o mașină corespunzătoare, prelucrarea se face prin metoda ruletelor, prin care atît roata cît și pinionul se prelucrează prin rostogolire cu roată plană generatoare.

Realizarea angrenajului hipoid prin generare cu roată plană s-a făcut la început luîndu-se în considerare prelucrarea fiecărei roți componente a cuplului hipoid cu cîte o roată plană, cele două roți plane trebuind să angreneze între ele.

Sistemul se aplică comod la dantura Paloidă unde curbele directoare ale dinţilor pe roata plană sînt evolvente şi deci pot angrena între ele. Între evolventele de pe cele două roţi plane trebuie să existe o legătură cinematică ca în fig. 3.19.

În cazul danturii hipoide în arc de cerc, iniţial s-a aplicat acelaşi principiu luînd în considerare desfăşurata pinionului şi desfăşurata roţii, acestea fiind două roţi plane distincte, ca în fig. 3.20.

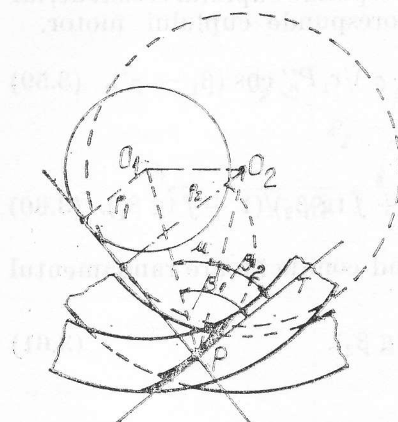


Fig. 3.19.

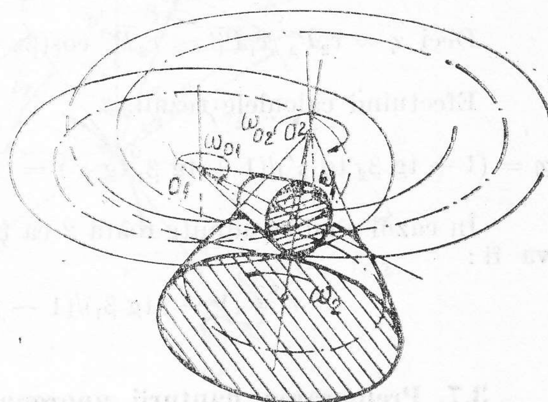


Fig. 3.20.

Impunînd curbelor directoare ale dinţilor de pe cele două roţi plane să angreneze între ele (să fie curbe de înfăşurare reciprocă, dar aproximate apoi cu cîte un arc de cerc pe lăţimea roţii plane) rezultă dantura care trebuie prelucrată pe roţile componente ale angrenajului. Determinarea prin calcul a curbelor şi reglarea maşinii erau destul de laborioase. La prelucrare pe maşină se realiza atît pinionul cît şi roata fără a se folosi deplasări hipoide, fiecare fiind prelucrată cu roata plană corespunzătoare ca o roată conică obişnuită.

Această metodă nu mai prezintă azi decît un interes istoric.

După ce s-a demonstrat că dantura hipoidă poate fi generată şi cu o singură roată plană, s-a introdus la maşini deplasarea hipoidă şi, în prezent, toate maşinile de danturat în arc de cerc sînt prevăzute cu posibilitatea de realizare a deplasării hipoide a piesei de prelucrat. Aceasta permite realizarea atît a roţii cît şi a pinionului cu aceeaşi roată plană ca în fig. 3.21.

Sistemul se găseşte azi şi pe maşinile de danturat Paloid mai noi, întrucît prezintă avantaje simplificînd calculul şi execuţia.

În fig. 3.21 este ilustrată poziţia reciprocă a conurilor de referinţă faţă de roata plană, iar suprafaţa S reprezintă suprafaţa flancului dintelui roţii plane, suprafaţă care în procesul rostogolirii generează flancul dintelui la pinion şi la roată.

Întrucît atît pinionul cît şi roata angrenează cu roata plană, condiţia de angrenare impusă angrenajului hipoid (v. relaţia 3.20) trebuie să se respecte şi între pinion şi roata plană, respectiv roată — roată plană, adică $v_1 \cos \beta_1 = v_2 \cos \beta_2 = v_0 \cos \beta_0$.

Din această relație rezultă

$$\omega_1 r_1 \cos \beta_1 = \omega_2 r_2 \cos \beta_2 = \omega_0 r_0 \cos \beta_0, \tag{3.62}$$

ω_0 fiind viteza unghiulară a roții plane, r_0 — raza roții plane în punctul mediu P, β_0 — unghiul de înclinare al dintelui pe roata plană în punctul P.

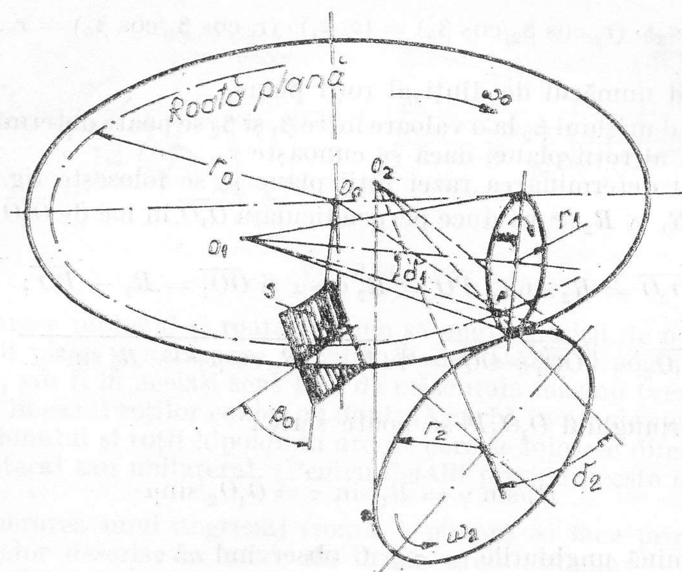


Fig. 3.21.

Din fig. 3.22 se vede că unghiul de înclinare al dintelui pe roata plană poate avea diverse valori între β_1 și β_2 iar raza roții plane r_0, de asemeni, diferite valori, de ea depinzînd viteza unghiulară ω_0 astfel încît să se respecte relația (3.62).

În principiu punctul O_0 poate ocupa orice poziție în plan, dar pentru ușurința calculului se recomandă a fi luat pe linia care unește punctele O_1 și O_2 în planul tangent comun.

Pentru rapoarte de transmitere $i > 3$, punctul O_0 se poate lua chiar în punctul O_2 și, în acest caz, rezultă că roata se va prelucra fără deplasare hipoidă, respectiv raza roții plane va fi chiar lungimea generatoarei roții, iar pinionul se va dantura cu deplasare hipoidă. Desfășurata roții este în acest caz chiar roata plană.

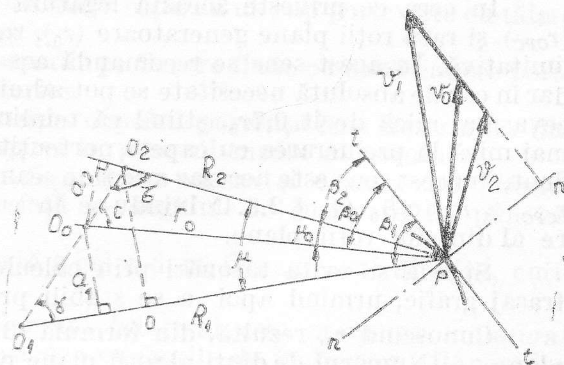


Fig. 3.22.

Pentru $i < 3$, punctul O_0 se va lua pe linia O_1O_2 și, în acest caz, la prelucrare atît roata cît și pinionul se vor prelucra cu deplasare hipoidă.

Din relația (3.62) rezultă :

$$\omega_2 r_2 \cos \beta_2/\omega_0 \cos \beta_0 = \omega_1 r_1 \cos \beta_1/\omega_0 \cos \beta_0 = r_0,$$

dar $\omega_2/\omega_0 = z_0/z_2$ și $\omega_1/\omega_0 = z_0/z_1$, de unde

$$(z_0/z_2) \cdot (r_2 \cos \beta_2/\cos \beta_0) = (z_0/z_1) \cdot (r_1 \cos \beta_1/\cos \beta_0) = r_0, \quad (3.63)$$

z_0 fiind numărul de dinți al roții plane.

Alegînd unghiul β_0 la o valoare între β_1 și β_2 se poate determina numărul de dinți al roții plane, dacă se cunoaște r_0.

Pentru determinarea razei roții plane r_0 se folosește fig. 3.22. (În cazul cînd $R_1 < R_2$ se va duce perpendiculara $\overline{O_1O}$ în loc de $\overline{O_2O}$).

$$\overline{O_2O} = R_2 \sin\mu, \ \overline{PO} = R_2 \cos\mu \text{ și } \overline{OO_1} = R_1 - \overline{PO};$$

$$\overline{O_1O_2} = \sqrt{\overline{OO}_1^2 + \overline{OO}_2^2} = \sqrt{(R_1 - R_2 \cos\mu)^2 + R_2^2 \sin^2 \mu}. \quad (3.64)$$

Din triunghiul O_1O_2P se poate scrie :

$$R_2/\sin \gamma = R_1/\sin \tau = \overline{O_1O_2}/\sin\mu$$

și se determină unghiurile γ, τ și C observînd că :

$$C = 180^\circ - (\mu_0 + \tau) \text{ unde } \mu_0 = \beta_0 - \beta_2.$$

Din triunghiul O_2O_0P rezultă

$$r_0/\sin \tau = R_2/\sin C \text{ de unde } r_0 = R_2 \sin \tau/\sin C. \quad (3.65)$$

La determinarea valorii r_0 trebuie să se respecte relația $0{,}7r_0 < r_{CPC} < 1{,}5r_0$ prin alegerea convenabilă a unghiului β_0.

În ceea ce privește această legătură între raza capului portcuțite (r_{CPC}) și raza roții plane generatoare (r_0), relația de mai sus nu este strict limitativă. În acest sens se recomandă a se respecta limitele de mai sus dar în caz de absolută necesitate se pot admite și capete portcuțite cu raza ceva mai mică decît $0{,}7r_0$, știind că tendința de ascuțire a dinților este mai mică la prelucrarea cu capete portcuțite de diametru mai mic. Evident, în acest sens este necesar a se ține seamă în ultimă instanță de relația $r_{CPC} \geqslant r_0 \sin \beta_0$ (v. § 2.3.4) luîndu-se în considerare unghiul de înclinare al dintelui roții plane.

Spre a se evita tatonări prin calcule, se poate determina r_0 prin trasaj grafic, urmînd apoi a se stabili prin calcul valoarea sa exactă.

Cunoscînd r_0, rezultă, din formula (3.63), numărul de dinți al roții plane z_0. (Numărul de dinți al roții plane poate fi fracționar întrucît este vorba de un element imaginar).

Ştiind că centrul leagănului maşinii este O_0, în timpul prelucrării generatoarele R_2 sau R_1 (după cum se prelucrează roata sau pinionul) vor ocupa o poziţie orizontală deplasată faţă de centrul O_0 (deplasare hipoidă) cu valorile a_2 sau a_1 ca în fig. 3.22.

Din fig. 3.23 rezultă

$$a_2 = r_0 \sin\mu \text{ şi } a_1 = r_0 \sin(\mu - \mu_0). \tag{3.66}$$

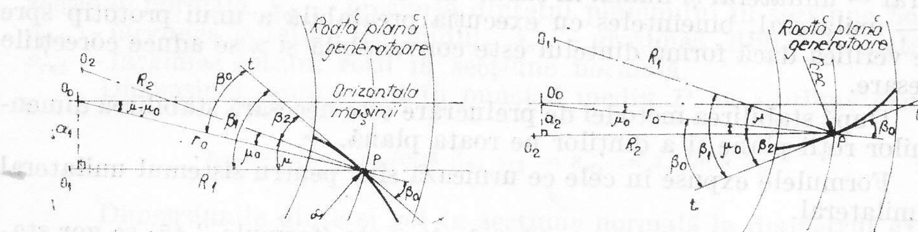


Fig. 3.23.

Deoarece pinionul şi roata trebuie să ocupe poziţii de o parte şi de alta a roţii plane generatoare, rezultă că deplasările hipoide a_2 şi a_1 la prelucrare, vor fi în acelaşi sens faţă de orizontala maşinii (vezi fig. 3.23).

Ca şi în cazul roţilor conice cu dantură curbă în arc de cerc, la prelucrarea pinionului şi roţii hipoide în arc de cerc se folosesc diferite metode de tip bilateral sau unilateral. (Pentru detalii privind aceste metode vezi § 2.33).

Prelucrarea unui angrenaj (roată + pinion) se face prin combinarea metodelor descrise în unul din următoarele sisteme :

1. Unilateral (roata) . . . Unilateral (pinion).

Atît la roată cît şi la pinion se prelucrează separat cele două flancuri ale golului dintre dinţi. Reglarea maşinii diferă de la un flanc la celălalt astfel încît capul portcuţite să descrie pe roata plană flancul dintelui înclinat în punctul mediu cu unghiul dat.

În acest caz grosimea dintelui şi a golului sînt variabile, ambele descrescînd de la diametrul mare către diametrul mic al danturii, iar raza de curbură a dintelui este aceeaşi pe ambele flancuri.

2. Bilateral (roata) . . . Unilateral (pinion).

Se prelucrează dintr-o singură prindere cu o singură reglare a maşinii, ambele flancuri ale unui gol între dinţii roţii, cu un cap portcuţite cu tăiere bilaterală (exterior + interior).

Pinionul se prelucrează separat pe fiecare flanc cu două capete portcuţite şi cu două reglaje diferite.

În cazul tăierii roţii, poziţia capului portcuţite se determină din condiţia asigurării unghiului spirei în punctul mediu al golului.

Unghiurile de înclinare a flancurilor concav şi convex sînt diferite unul faţă de celălalt şi diferite faţă de unghiul de înclinare în punctul mediu al golului.

De asemeni raza de curbură a celor două flancuri este diferită, cuţitele avînd un centru comun.

Pinionul la o roată prelucrată bilateral este prelucrat unilateral (flanc cu flanc) şi trebuie să asigure unghurile de înclinarea flancurilor rezultate la roată.

Dintele pinionului are în acest caz grosimea constantă în toate secțiunile normale iar golul său este descrescător în lățime de la diametrul mare spre cel mic.

Sistemul bilateral — unilateral este mai productiv decît unilateral — unilateral, dar are caracteristic faptul că grosimea dintelui roții se îngustează mai mult spre capătul de diametru mic.

Din această cauză se recomandă a se utiliza în general sistemul unilateral — unilateral și numai în cazuri de serii mari să se recurgă la bilateral — unilateral, bineînțeles cu execuția prealabilă a unui prototip spre a se verifica dacă forma dintelui este convenabilă și a se aduce corecțiile necesare.

După stabilirea metodei de prelucrare este necesară stabilirea dimensiunilor roții plane și a dinților pe roata plană.

Formulele expuse în cele ce urmează sînt pentru sistemul unilateral — unilateral.

Deoarece pinionul este mai lat decît roata (formula 3.45) se vor stabili dimensiunile roții plane plecînd de la acesta, spre a include și roata plană a roții.

Razele roții plane vor fi

$$r_{i0} = r_0 - (b_1/2)\cos(\mu - \mu_0), \quad r_{e0} = r_0 + (b_1/2)\cos(\mu - \mu_0); \quad (3.67)$$

în aceste relații r_{i0} fiind raza interioară a roții plane, r_{e0} — raza exterioară a roții plane, iar r_0 — raza medie a roții plane conform relației (3.65).

Unghiul de înclinare a flancului dintelui la exteriorul roții plane (vezi relația 2.38):

$$\sin\beta_{e0} = \frac{1}{D_{CPC}}\left[r_{e0} + \frac{r_0(D_{CPC}\sin\beta_0 - r_0)}{r_{e0}}\right]; \quad (3.68)$$

în această relație $D_{CPC} = 2r_{CPC}$ este diametrul capului portcuțite.

Raportul razei exterioare a roții plane către raza medie:

$$\lambda_e = r_{e0}/r_0. \quad (3.69)$$

Unghiul de înclinare al flancului dintelui la interiorul roți plane:

$$\sin\beta_{i0} = \frac{1}{D_{CPC}}\left[r_{i0} + \frac{r_0(D_{CPC}\sin\beta_0 - r_0)}{r_{i0}}\right]. \quad (3.70)$$

Raportul razei interioare a roții plane către raza medie:

$$\lambda_i = r_{i0}/r_0. \quad (3.71)$$

Dimensiunile dintelui pe roata plană servesc pentru a stabili reglajul cuțitelor pe capul portcuțite, întrucît ele materializează în spațiu dintele roții plane generatoare, dar nu pot fi folosite direct pentru stabilirea dimensiunilor dintelui pinionului și ale roții hipoide.

Pentru aceasta se folosesc formulele (3.50) și (3.51), care dau dimensiunile dintelui roții și ale pinionului pe coarda de grosime constantă.

Dimensiunile dintelui şi golului pe roata plană, secţiune normală în punctul mediu P, vor fi :

$$s_{n1} = s_{gn2} = [(\pi/2) + 2x_r \operatorname{tg} \alpha_n]\, m_n, \tag{3.72}$$

$$s_{n2} = s_{gn1} = \pi m_n - s_{n1};$$

în aceste relaţii α_n fiind valoarea nominală a unghiului de angrenare în secţiune normală, s_{n1} — grosimea dintelui pinionului în secţiune normală s_{gn1} — lărgimea golului pinionului, s_{n2} — grosimea dintelui roată, iar s_{gn2} — lărgimea golului roţii în secţiune normală.

Dimensiuni dinte şi gol în punctul mediu P, în secţiune frontală :

$$s_{t1} = s_{gt2} = s_{n1}/\cos \beta_0,\ s_{t2} = s_{gt1} = s_{n2}/\cos \beta_0. \tag{3.73}$$

Dimensiunile dinte şi gol în secţiune normală la diametrul exterior al roţii plane :

$$s_{ne1} = s_{gne2} = s_{n1} \lambda_e \cos \beta_{e0}/\cos \beta_0,$$

$$s_{ne2} = s_{gne1} = s_{n2} \lambda_e \cos \beta_{e0}/\cos \beta_0. \tag{3.74}$$

Dimensiuni dinte şi gol în secţiunea frontală la diametrul exterior al roţii plane :

$$s_{te1} = s_{gte2} = s_{ne1}/\cos \beta_{e0}, \quad s_{te2} = s_{gte1} = s_{ne2}/\cos \beta_{e0}. \tag{3.75}$$

Dimensiuni dinte şi gol în secţiune normală la diametrul interior al roţii plane :

$$s_{ni1} = s_{gni2} = s_{n1} \cdot \lambda_i \cos \beta_{i0}/\cos \beta_0,$$

$$s_{ni2} = s_{gni1} = s_{n2} \lambda_i \cos \beta_{i0}/\cos \beta_0. \tag{3.76}$$

Dimensiuni dinte şi gol în secţiune frontală la diametrul interior al roţii plane :

$$s_{ti1} = s_{gti2} = s_{ni1}/\cos \beta_{i0}, \ s_{ti2} = s_{gti1} = s_{ni2}/\cos \beta_{i0}. \tag{3.77}$$

Pentru stabilirea reglajelor maşinii de danturat conic în arc de cerc se analizează cazul roţii cu dantură pe dreapta şi pinionul cu dantură stînga.

Unghiurile de aşezare ale păpuşii portpiesă sînt :

$$\Phi_2 = \delta_2, \ \Phi_1 = \delta_1, \quad \text{unde} \tag{3.78}$$

δ_1 — semiunghiul la vîrful conului de referinţă al pinionului.

Aşezarea axială a semifabricatului :

$$\Delta_{a2} = H_2 + r_2 \operatorname{ctg} \delta_2 - (R_2 - r_0 \cos \mu_0)/\cos \delta_2,$$

$$\Delta_{a1} = H_1 + r_1 \operatorname{ctg} \delta_1 - [R_1 - r_0 \cos (\mu - \mu_0)]/\cos \delta_1. \tag{3.79}$$

Pentru deducerea acesor formule a se vedea figurile 3.22 şi 2.33.

Deplasarea mesei maşinii :

$$\Delta_{x2} = h_{f2} - (R_2 - r_0 \cos\mu_0) \operatorname{tg} \delta_2, \tag{3.80}$$

$$\Delta_{x1} = h_{f1} - [R_1 - r_0 \cos(\mu - \mu_0)] \operatorname{tg} \delta_1.$$

Semnul − înseamnă înapoi iar + înainte (către leagăn).

În fig. 3.24 este prezentat modul de reglaj al poziţiei capului portcuţite în aşa fel încît pe roata plană să rezulte poziţia flancului dintelui la unghiul de înclinare β_0.

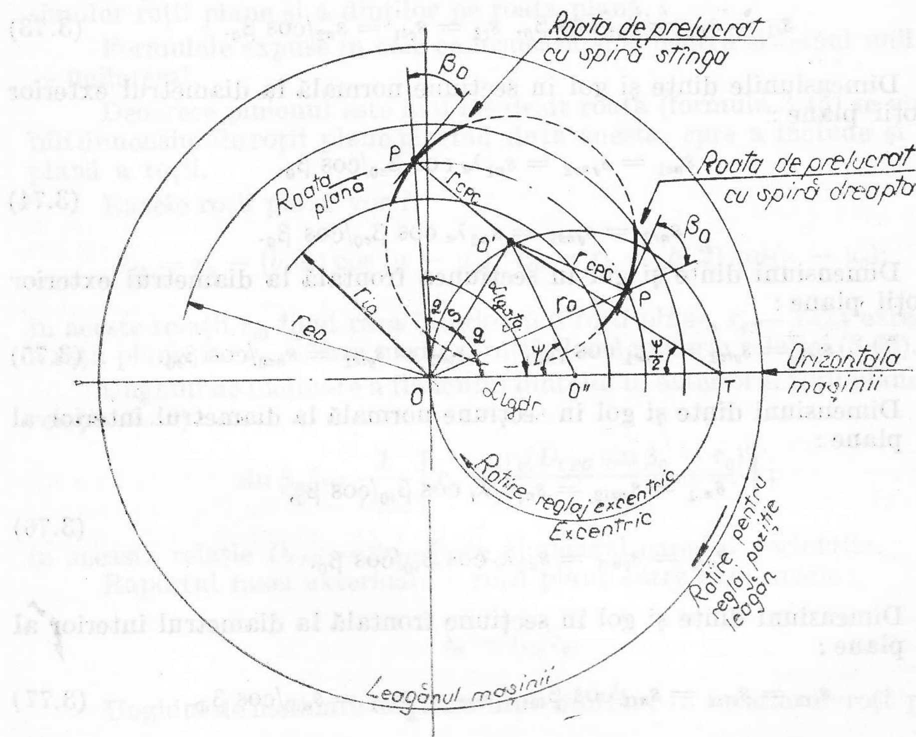


Fig. 3.24.

Sînt cunoscute r_0 raza medie a roţii plane, respectiv $\overline{OP}$ în fig. 3.24, r_{CPC} — raza capului portcuţite şi β_0 — unghiul de înclinare dantură în punctul mediu al roţii plane.

Coordonatele centrului capului portcuţite (O' în fig. 3.24) considerînd $\overline{OP}$ axă de coordonate :

$$V = r_{CPC} \cos \beta_0, \quad H = r_0 - r_{CPC} \sin \beta_0. \tag{3.81}$$

Raza polară a centrului capului portcuţite :

$$S = \sqrt{V^2 + H^2}; \ (S = \overline{OO'} \text{ în fig. 3.24}). \tag{3.82}$$

Unghiul polar al centrului capului portcuțite :

$$\text{tg}\, q = V/H. \quad (3.83)$$

Unghiul de rotire al excentricului pentru aducerea centrului capului portcuțite în poziția de reglaj :

$$\sin(\psi/2) = \overline{OO'}/\overline{OT} = S/K, \quad (3.84)$$

unde K este constantă a mașinii (diametrul excentricului, respectiv $\overline{OT}$).

Examinînd figurile 3.24 și 3.23 se constată că leagănul mașinii trebuie să efectueze o mișcare de reglaj in așa fel încît punctul P de pe roata plană să ajungă în poziția deplasată cu a_1 sau a_2 față de orizontala mașinii.

Valoarea unghiului la care trebuie rotit leagănul depinde de construcția mașinii de danturat, respectiv de modul cum este stabilită originea gradațiilor.

În cazul de față (fig. 3.24) în care poziția 0 (zero) a leagănului conține axa excentricului (O'') pe linia orizontală a mașinii, formulele sînt date în cele ce urmează.

Unghiul de reglaj θ al leagănului pentru aducerea punctului mediu P al roții plane în poziție de lucru :

$$\theta_2 = \alpha_{lg\,dr} + \mu_0, \quad \theta_1 = \alpha_{lg\,stg} + (\mu - \mu_0), \quad (3.85)$$

(a se vedea fig. 3.23 pentru μ_0 și $\mu - \mu_0$ și fig. 3.24 pentru $\alpha_{lg\,stg}$ și $\alpha_{lg\,dr}$).

Observind că

$$\alpha_{lg\,dr} + q + (\psi/2) = 90° \text{ și } \alpha_{lgs\,tg} = \alpha_{lg\,dr} + 2q, \text{ rezultă :}$$

$$\alpha_{lg\,dr} = 90° - [q + (\psi/2)] \text{ și } \alpha_{lg\,stg} = 90° + [q - (\psi/2)]. \quad (3.86)$$

După reglarea leagănului în poziția de lucru este necesar a se stabili unghiul pe care trebuie să-l efectueze leagănul în mișcarea sa de rostogolire, respectiv poziția de începere a prelucrării unui dinte și poziția de sfîrșit a prelucrării.

Se recomandă ca rostogolirea să se facă pe un unghi de 40°, respectiv 20° peste punctul P și 20° sub punctul P.

Pentru poziția de începere a lucrului (de regulă sub poziția punctului P) se mai iau 2° în plus, spre a se evita lovirea cuțitelor în zona neașchiată a golului între dinți în timpul mișcării de divizare executată de piesa de prelucrat.

Deoarece prin metoda unilaterală se taie separat fiecare flanc al dintelui, este necesar ca, după tăierea unui flanc (de exemplu flancul concav) la toți dinții, piesa să fie rotită astfel încît flancul opus (respectiv flancul convex) să fie adus în poziția de prelucrare.

Noul flanc trebuie să coincidă cu poziția în care s-a prelucrat flancul anterior.

Pentru aceasta piesa trebuie rotită cu grosimea dintelui sau a golului și schimbat capul portcuțite.

Dacă s-a prelucrat inițial flancul concav, capul portcuțite era reglat la r_{CPC} pe muchia de tăiere a cuțitelor exterioare, iar la trecerea prelucrării

pe flancul convex noul cap portcuțite va fi reglat la aceiași valoare r_{crc} dar pe muchia de tăiere a cuțitelor de interior.

Determinarea unghiului de rotire a piesei de prelucrat se face stabilind următoarele relații.

Pasul mediu al roții și al pinionului :

$$p_{m2} = 2\pi r_2/z_2 \,; \quad p_{m1} = 2\pi r_1/z_1. \tag{3.87}$$

Grosimea dintelui și lățimea golului la roată și pinion în secțiunea frontală în punctul mediu P :

$$s_{t2} = s_{gt1} \text{ și } s_{t1} = s_{gt2} \text{(vezi relația 3.73).}$$

Spre a roti roata sau pinionul cu un pas, unghiul de rotație Γ se obține din formula :

$$\Gamma_2 = 360°/z_2, \quad \Gamma_1 = 360°/z_1.$$

Unghiul de rotire la roată a plinului sau a golului va fi :

$$\sigma_{s2} = s_{t2}\Gamma_2/p_{m2}, \quad \sigma_{g2} = s_{gt2}\Gamma_2/p_{m2}. \tag{3.88}$$

Același unghi pentru pinion va fi :

$$\sigma_{s1} = s_{t1}\Gamma_1/p_{m1}, \quad \sigma_{g1} = s_{g1}\Gamma_1/p_{m1}. \tag{3.89}$$

Reglajul capetelor portcuțite trebuie efectuat pentru eboș și finisare. Stabilirea poziției cuțitelor se face plecînd de la dimensiunile golului dintre dinți pe roata plană, în secțiune normală a dinților, ceea ce corespunde cu planul radial al cuțitelor montate pe capul portcuțite.

În fig. 3.25 este reprezentată roata plană unde secțiunile AA și BB sînt secțiuni normale pe golul între dinți la exteriorul și interiorul roții

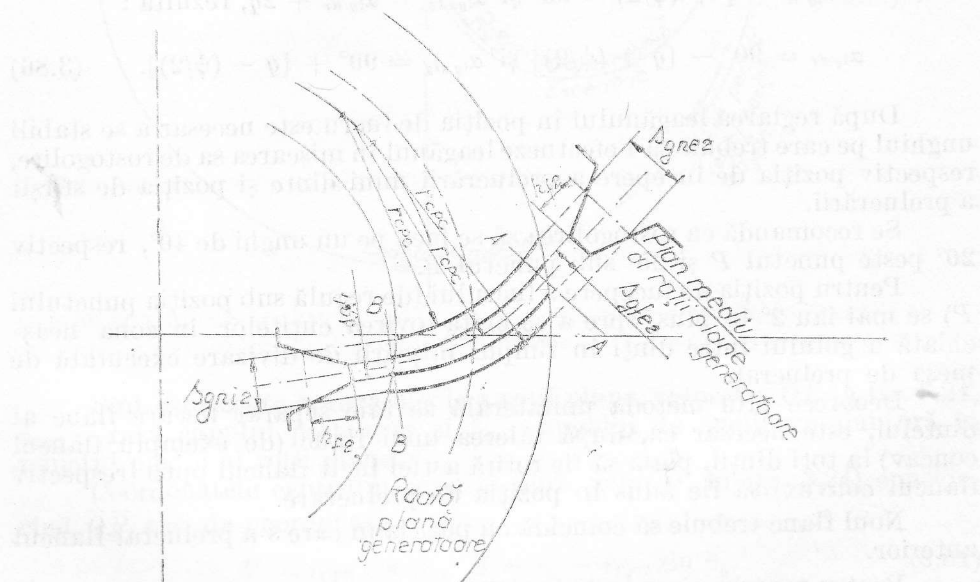


Fig. 3.25

plane, notațiile avînd următoarele semnificații : h_{f2} — înălțimea piciorului dintelui roată, s_{gfe2} — lărgimea golului la fund roată plană (pentru roată) la exterior, s_{gfi2} — lărgimea golului la fund (pentru roată) la interior roată plană, s_{gne2} — lărgimea golului în secțiune normală (pentru roată) la exterior roată plană (vezi relația 3.74), s_{gni2} — lărgimea golului în secțiune normală (pentru roată) la interior roată plană (vezi relația 3.76).

Reglajul cuțitelor pe capul portcuțite se va face ca în fig. 3.26, pentru cele trei situații, degroșare, finisare flanc concav și finisare flanc convex.

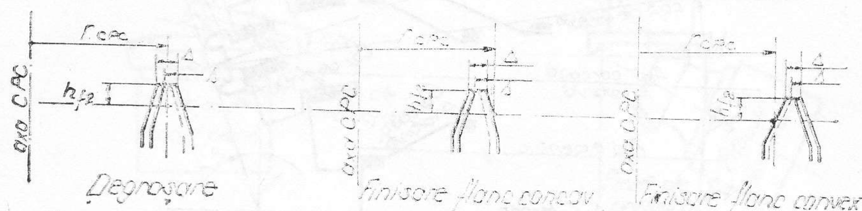


Fig. 3.26.

Decalajul vîrfului cuțitelor Δ se determină, la degroșare, reglînd raza capului portcuțite la valoarea stabilită r_{CPC} în planul mediu al cuțitelor, respectînd condiția $s_{gfi2} > \Delta$ și ținînd seama să rămînă pe flancuri adaosul necesar finisării. La finisare, valoarea stabilită a razei capului portcuțite se va regla pe muchia de tăiere exterioară sau interioară (după cum se va prelucra flancul concav sau flancul convex) la înălțimea piciorului dintelui, respectiv h_{f2} la prelucrarea roții și h_{f1} la prelucrarea pinionului.

În acest caz este necesar să se respecte condiția $s_{gfi2} > \Delta > 0{,}5\ s_{gfe2}$, în special în cazul în care, la eboș din cauza lățimii prea mici a golului (s_{gfi2}), nu se poate degroșa pînă la fundul golului.

Această condiție se impune pentru a nu rămîne pe fundul golului o creastă, care ar modifica jocul la fund al danturii.

Grosimea la vîrf a cuțitelor s va fi mai mică decît Δ cu cîteva zecimi de milimetru, pentru a se asigura ca flancul netăietor al cuțitelor să nu atingă suprafața prelucrată, respectîndu-se condiția $\Delta < 2\ s$ pentru protecția vîrfului cuțitelor.

3.7.2. Prelucrarea roților angrenajului hipoid prin intermediul roții conice generatoare

După cum s-a menționat anterior, în construcția de mașini sînt folosite din ce în ce mai mult mașini de danturat conic curb cu cap de frezat înclinabil, mașini care permit materializarea roții conice generatoare pentru prelucrări prin metoda suprafeței înfășurătoare. Aceste mașini pot fi considerate ca mașini de tip universal, întrucît, prin reglarea mecanismelor componente, permit prelucrări atît prin intermediul roții plane generatoare cît și prin intermediul roții conice generatoare.

Construcția leagănului și a principalelor sale subansamble sînt indicate schematic în fig. 3.27. Leagănul și excentricul sînt aceleași ca la orice mașină de danturat conic curb în arc de cerc. Spre deosebire însă de mași-

nile clasice, în excentric se găsește carcasa pivotantă avînd suprafața frontală inclinată, iar axa carcasei pivotante deplasată față de axa excentricului cu aceeași distanță ca și între axa excentricului și axa leagănului. În carcasa pivotantă se montează capul de frezat, iar în capul de frezat, arborele capului portcuțite (CPC).

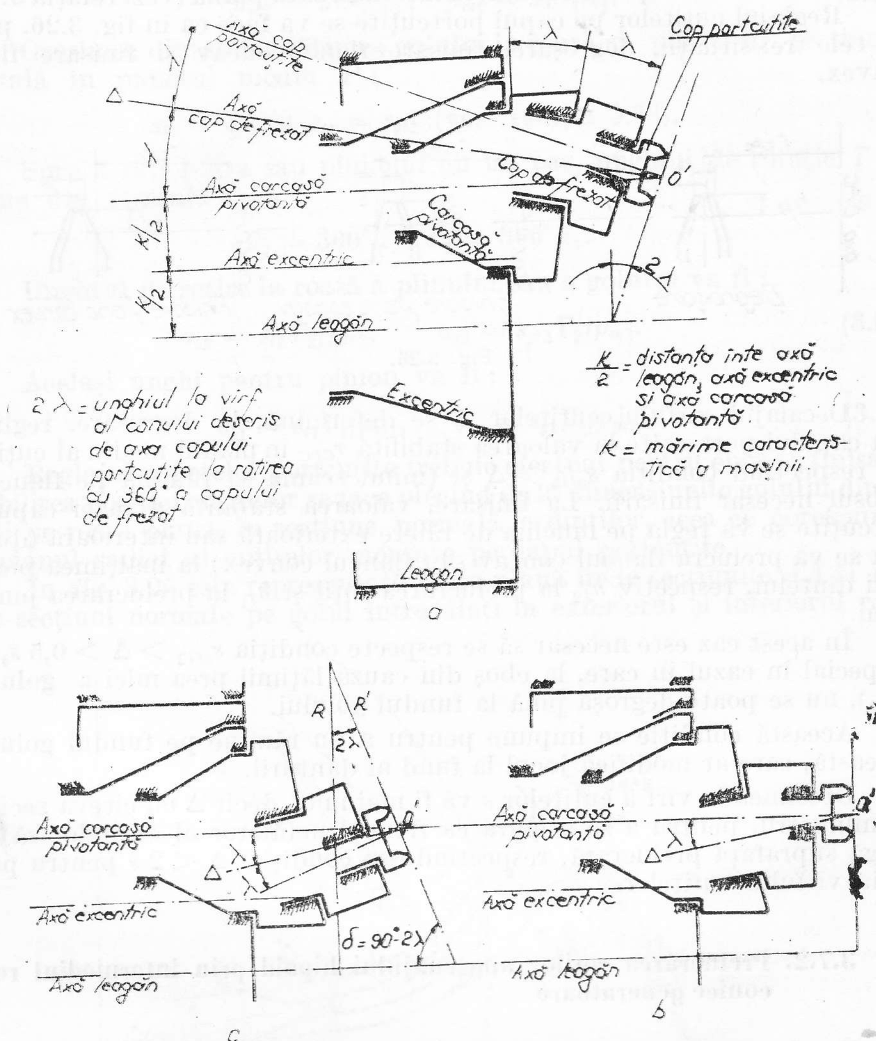


Fig. 3.27.

Suprafața frontală a capului de frezat are aceeași înclinare ca și a suprafeței frontale a carcasei pivotante iar unghiul de înclinare al suprafețelor și al axelor este de regulă $\lambda = 15°$ ceea ce permite înclinarea capului portcuțite cu unghiuri între 0 (zero) și $2\lambda = 30°$ față de axa leagănului, prin rotirea capului de frezat.

Așezarea acestor mecanisme în diverse poziții creiază diverse posibilități de prelucrare.

Astfel poziția reprezentată în figura 3.27, *a* este poziția în care se poate realiza dantura coroanei dințate (roata cu dimensiuni mai mari din angrenaj) după cum s-a ilustrat în figura 3.28, *a*.

În cazul din fig. 3.27, *b* axa CPC devine perpendiculară pe leagăn, deci se realizează roata plană generatoare, piesa de prelucrat avînd poziția ca în figura 3.28, *b*.

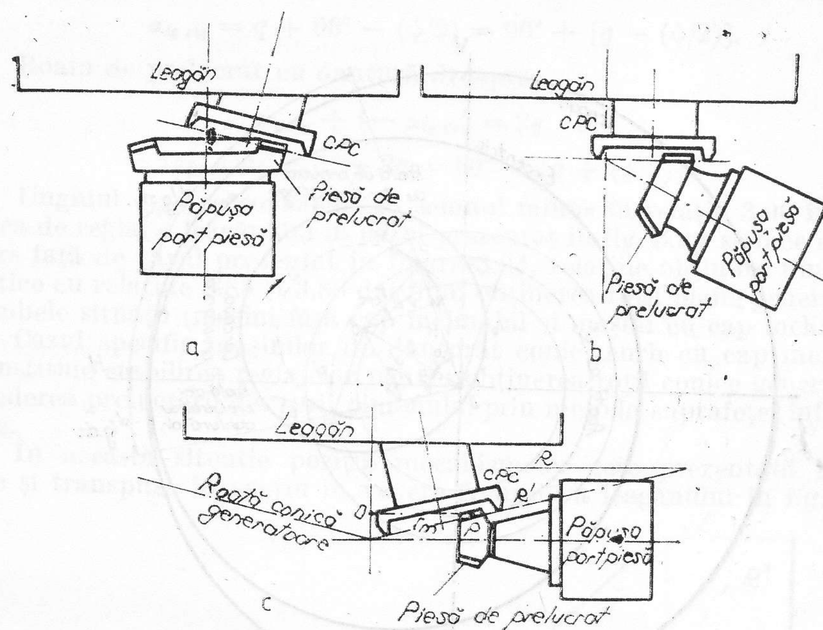


Fig. 3.28.

Poziția din figura 3.27, *c* realizează roata conică generatoare cu unghiul la vîrf $\delta = 90° - 2\lambda$ caz în care piesa de prelucrat (de regulă pinionul) se așează ca în figura 3.28, *c*.

Formulele pentru determinarea poziției acestor mecanisme, spre a obține caracteristicile dorite ale roții generatoare imaginare, se stabilesc precizînd originea gradațiilor în poziții caracteristice. Există diverse sisteme din care unul uzual este următorul :

— Leagănul pus la gradația 0 (zero) aduce axul excentricului în planul orizontal (H) al mașinii, în partea dreaptă a leagănului, (văzut din față) la distanța $K/2$ față de centrul de rotație al leagănului.

— Excentricul pus în poziția 0 (zero) aduce axa carcasei pivotante în axul leagănului. Rotind excentricul cu 180° axa carcasei pivotante ajunge diametral opus centrului leagănului adică la distanța „K" distanță numită caracteristica mașinii.

— Cînd axa carcasei pivotante este în axa leagănului iar carcasa pivotantă este la gradația 0 (zero) supraînălțarea maximă a carcasei pivotante se găsește în planul orizontal în partea stîngă a leagănului.

— Carcasa capului de frezat pusă la 0 (zero) aduce supraînălțarea sa maximă în plan orizontal, în partea dreaptă opus supraînălțării maxime a carcasei pivotante, deci în această poziție axul CPC este perpendicular pe fața frontală a leagănului și coincide cu axa de rotație a leagănului.

Pentru stabilirea formulelor de reglaj se prezintă în fig. 3.29 vederea frontală a leagănului (în poziția reprezentată în figura 3.28, *b*) avînd unghiul excentricului ψ reglat și urmînd a se roti leagănul cu unghiul $\alpha_{lg\,stg}$ sau $\alpha_{lg\,dr}$ (stînga sau dreapta referindu-se la sensul înclinării danturii roții de prelucrat) spre a se aduce punctul mediu P al roții plane în punctul P′ (în planul orizontal al mașinii) punct în care se execută în mod obișnuit

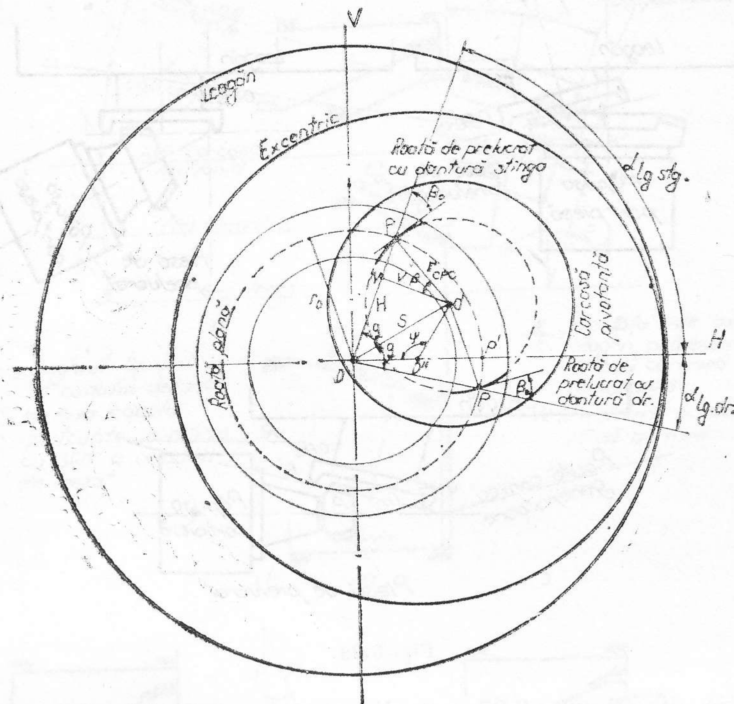


Fig. 3.29.

prelucrarea prin pătrundere în cazul danturii semiînfășurate sau în jurul căruia se execută rostogolirea în cazul prelucrării prin metoda ruletelor.

Din figura 3.29 rezultă :

$$\overline{O'N} = V = r_{CPC} \cos \beta_0, \quad (3.90)$$

unde $\beta_0 = \beta$, unghiul de înclinare mediu al danturii.

$$\overline{ON} = H = \overline{OP} - \overline{NP} = r_0 - r_{CPC} \sin \beta_0, \quad (3.91)$$

$$\operatorname{tg} q = V/H, \quad (3.92)$$

$$\overline{OO'} = S = H/\cos q, \quad (3.93)$$

S fiind așezarea radială a CPC.

$$\sin(\psi/2) = (\overline{OO'}/2)/\overline{OO''} = (S/2)/(K/2) = S/K. \quad (3.94)$$

unde $\overline{OO''} = \overline{O''O'} = K/2$, K fiind caracteristica mașinii, iar ψ unghiul de reglaj al excentricului.

Cunoscînd aceste elemente se poate stabili cu ce unghi trebuie rotit leagănul spre a se aduce punctul P în punctul P'.

Spre exemplu roata de prelucrat cu dantură stînga.

Observînd că triunghiul OO'O'' este isoscel rezultă :

$$\alpha_{lg\,stg} = q + 90° - (\psi/2) = 90° + [q - (\psi/2)]. \qquad (3.95)$$

Roata de prelucrat cu dantură dreapta.

$$\alpha_{lg\,stg} + (-\alpha_{lg\,dr}) = 2q, \qquad (3.96)$$

$$\alpha_{lg\,dr} = \alpha_{lg\,stg} - 2q = 90° - [q + (\psi/2)]. \qquad (3.97)$$

Unghiul $\alpha_{lg\,dr}$ se consideră cu semnul minus în relația 3.96 întrucît rotirea de reglaj a leagănului în cazul prezentat în fig. 3.29 se face în sens invers față de cazul prezentat în figura 3.24, relațiile obținute fiind însă identice cu relațiile 3.85 și 3.86 dat fiind obținerea roții plane generatoare în ambele situații (mașini fără cap înclinabil și mașini cu cap înclinabil).

Cazul specific mașinilor de danturat conic curb cu cap înclinabil îl constituie stabilirea reglajelor pentru obținerea roții conice generatoare în vederea prelucrării danturii pinionului prin metoda suprafeței înfășurătoare.

În această situație poziția mecanismelor este prezentată în fig. 3.28c și transpusă în spațiu în vedere frontală a leagănului în fig. 3.30,

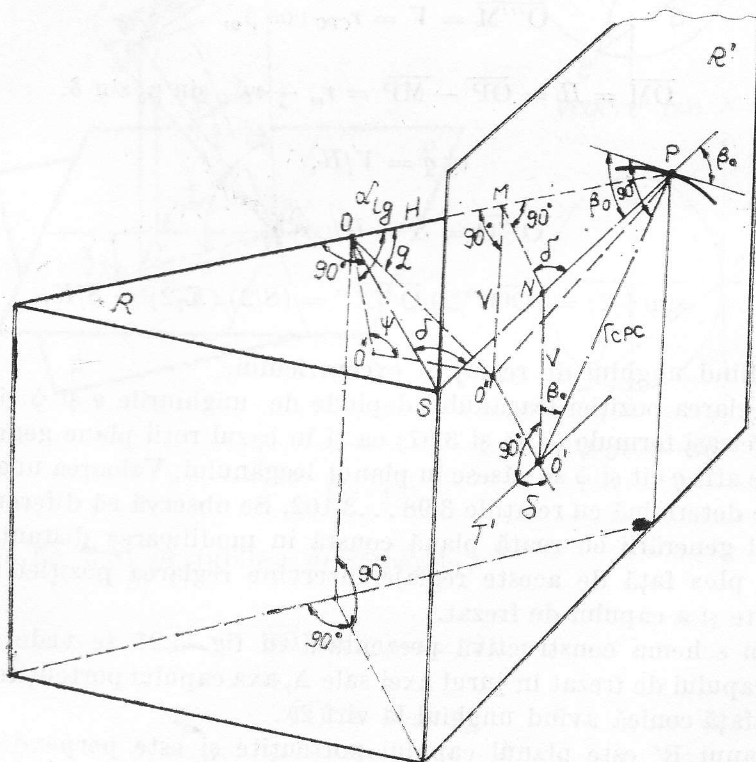


Fig. 3.30.

poziția reglată fiind cea necesară pentru prelucrarea unui pinion cu dantură stîngă, deci roată conică generatoare cu dantură dreapta.

În fig. 3.28, *c* și 3.30 planele *R* și *R'* reprezintă planul leagănului și planul tangent la conul de referință al roții conice generatoare (RCG), iar celelalte simboluri,

$\overline{SP}$ — generatoarea medie a conului de referință al RCG ;

$\overline{O'O'''}$ — axa carcasei pivotante (perpendiculară pe planul *R*);

$\overline{OO''} = \overline{O''O'''} = K/2$, K fiind caracteristica mașinii. Punctele O', O'', O''' și P se găsesc în planul R iar punctele O', N și P în planul R' ;

$\overline{OS}$ — axul leagănului ;

δ — unghiul la vîrful conului de referință al RCG ;

$\overline{O'P} = r_{CPC}$ — raza capului portcuțite ;

$\overline{OP} = r_m$ — raza medie a conului de referință al RCG.

Pentru efectuarea reglajelor de obținere a roții conice generatoare se observă în fig. 3.27, *c* că leagănul și excentricul se reglează într-un plan comun, planul *R*, sau mai exact planul leagănului paralel cu planul *R*.

Coordonatele centrului capului portcuțite O' proiectate în planul leagănului vor fi :

$$\overline{O'''M} = V = r_{CPC} \cos \beta_0, \tag{3.98}$$

$$\overline{OM} = H = \overline{OP} - \overline{MP} = r_m - r_{CPC} \sin \beta_0 \sin \delta. \tag{3.99}$$

$$\operatorname{tg} q = V/H, \tag{3.100}$$

$$\overline{O'''O} = S = H/\cos q, \tag{3.101}$$

$$\sin(\psi/2) = (\overline{OO''}/2)/\overline{O''O'''} = (S/2)/(K/2) = S/K, \tag{3.102}$$

ψ fiind unghiul de reglaj al excentricului.

Reglarea poziției leagănului depinde de unghiurile q și ψ și se face după aceleași formule (3.95 și 3.97) ca și în cazul roții plane generatoare deoarece atît q cît și ψ se găsesc în planul leagănului. Valoarea unghiurilor q și ψ se determină cu relațiile 3.98 . . . 3.102. Se observă că diferența față de cazul generării cu roată plană constă în modificarea distanței H.

În plus față de aceste reglaje intervine reglarea poziției carcasei pivotante și a capului de frezat.

Din schema constructivă prezentată în fig. 3.27 se vede că prin rotirea capului de frezat în jurul axei sale Δ, axa capului portcuțite descrie o suprafață conică avînd unghiul la vîrf 2λ.

Planul R' este planul capului portcuțite și este perpendicular pe axa acestuia.

Dacă se transpune situaţia din fig. 3.27, b în fig. 3.31 normala la planul R va fi O'B, reprezentînd deci axa CPC, planul R' suprapunîndu-se peste planul *R*.

Rotindu-se capul de frezat cu unghiul α_x, axa CPC ajunge în poziţia $\overline{O'B'}$, dreapta $\overline{O'B'}$ fiind normala la planul R'.

Unghiul între planele *R* şi *R'* se notează λ_x acesta fiind şi unghiul între normalele $\overline{O'B}$ şi $\overline{O'B'}$.

Unghiul conului la vîrf al roţii conice generatoare va fi,

$$\delta_x = 90° - \lambda_x. \tag{3.103}$$

De aici rezultă că pentru $\alpha_x = 0$ se obţine $\lambda_x = 0$ şi $\delta_x = 90°$, deci cazul roţii plane, iar pentru $\alpha_x = 180°$ rezultă $\lambda_x = 2\lambda$ şi $\delta_x = 90° - 2\lambda$ cazul roţii conice generatoare cu unghiul la vîrf minim posibil de realizat.

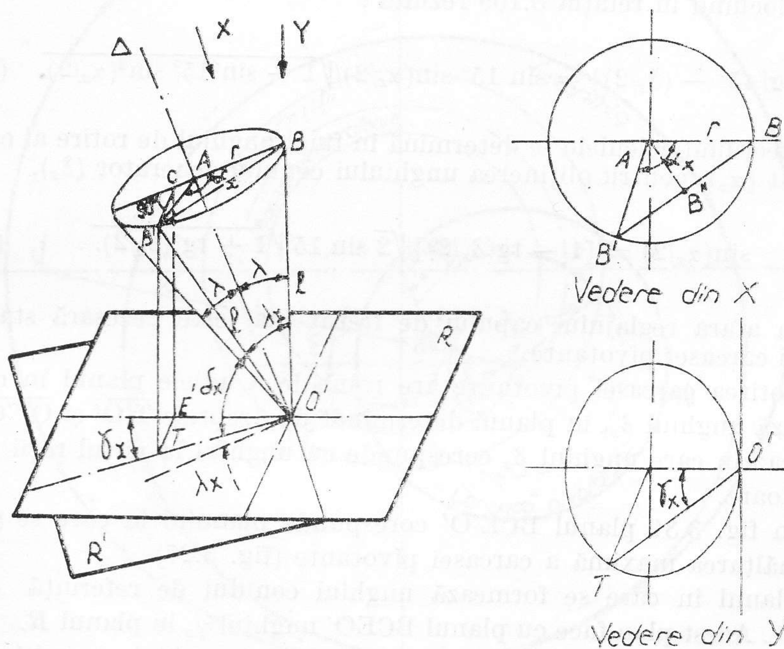


Fig. 3.31.

Din fig. 3.31 se stabilesc următoarele :

$$\overline{BB'} = 2r \sin(\alpha_x/2), \tag{3.104}$$

$$\overline{TO'} = l \cos \delta_x, \tag{3.105}$$

$$r = l \sin \lambda = l \sin 15°. \tag{3.106}$$

În triunghiul O'BB' în funcție de laturi se poate calcula unghiul λ_x.

$$tg(\lambda_x/2) = \sqrt{(p-l)(p-l)/p(p-\overline{BB'})}, \qquad (3.107)$$

$$2p = l + l + \overline{BB'} = 2l + 2r\sin(\alpha_x/2) \text{ de unde } p = l + r\sin(\alpha_x/2). \qquad (3.108)$$

Efectuînd calculele și înlocuind r în funcție de l se obține :

$$tg(\lambda_x/2) = \sin 15° \sin(\alpha_x/2)/\sqrt{1 - \sin^2 15° \sin^2(\alpha_x/2)}. \qquad (3.109)$$

În realitate se cunoaște unghiul δ_x, unghiul la vîrful conului de referință al roții conice generatoare ce trebuie obținută pe mașină și nu λ_x. Legătura între aceste unghiuri este dat de relația 3.103.

Înlocuind în relația 3.109 rezultă :

$$tg[45° - (\delta_x/2)] = \sin 15° \sin(\alpha_x/2)/\sqrt{1 - \sin^2 15° \sin^2(\alpha_x/2)}. \qquad (3.110)$$

Efectuînd calculele se determină în final unghiul de rotire al capului de frezat (α_x), pentru obținerea unghiului conului generator (δ_x),

$$\sin(\alpha_x/2) = [1 - tg(\delta_x/2)]/\sqrt{2}\sin 15°\sqrt{1 + tg^2(\delta_x/2)}. \qquad (3.111)$$

În afara reglajului capului de frezat mai este necesară stabilirea poziției carcasei pivotante.

Rotirea carcasei pivotante are rolul de a aduce planul în care se realizează unghiul δ_x, în planul determinat de dreptele $\overline{T'O'}$ și $\overline{O'''O'}$ (fig. 3.30), caz în care unghiul δ_x corespunde cu unghiul la vîrful roții conice generatoare.

În fig. 3.31 planul BCE'O' corespunde planului în care se găsește supraînălțarea maximă a carcasei pivotante (fig. 3.27).

Planul în care se formează unghiul conului de referință δ_x este B'BTO'. Acest plan face cu planul BCEO' unghiul γ_x în planul R.

Rezultă că la o rotire a capului de frezat cu unghiul α_x poziția carcasei pivotante se poate stabili prin intermediul unghiului γ_x. Pentru determinarea unghiului γ_x în fig. 3.31 se observă următoarele :

$$\overline{O'E'} = \overline{BC}\cos\lambda \text{ unde } \overline{BC} = r(1 - \cos\alpha_x), \qquad (3.112)$$

$$\overline{O'E'} = r(1 - \cos\alpha_x)\cos\lambda, \qquad (3.113)$$

$$\overline{O'T} = l\cos\delta_x = r\cos\delta_x/\sin\lambda. \qquad (3.114)$$

$\overline{O'T} \cos \gamma_x = \overline{O'E'}$ de unde rezultă :

$$\cos \gamma_x = \cos \lambda \sin \lambda(1 - \cos \alpha_x)/\cos \delta_x =$$

$$= \cos 15° \sin 15°(1 - \cos \alpha_x)/\cos \delta_x \qquad (3.115)$$

Pentru a se stabili unghiul de rotaţie al carcasei pivotante se reprezintă în fig. 3.32 vederea frontală a leagănului (planul R) în care se proiectează elementele din planul tangent la roata conică generatoare (planul R').

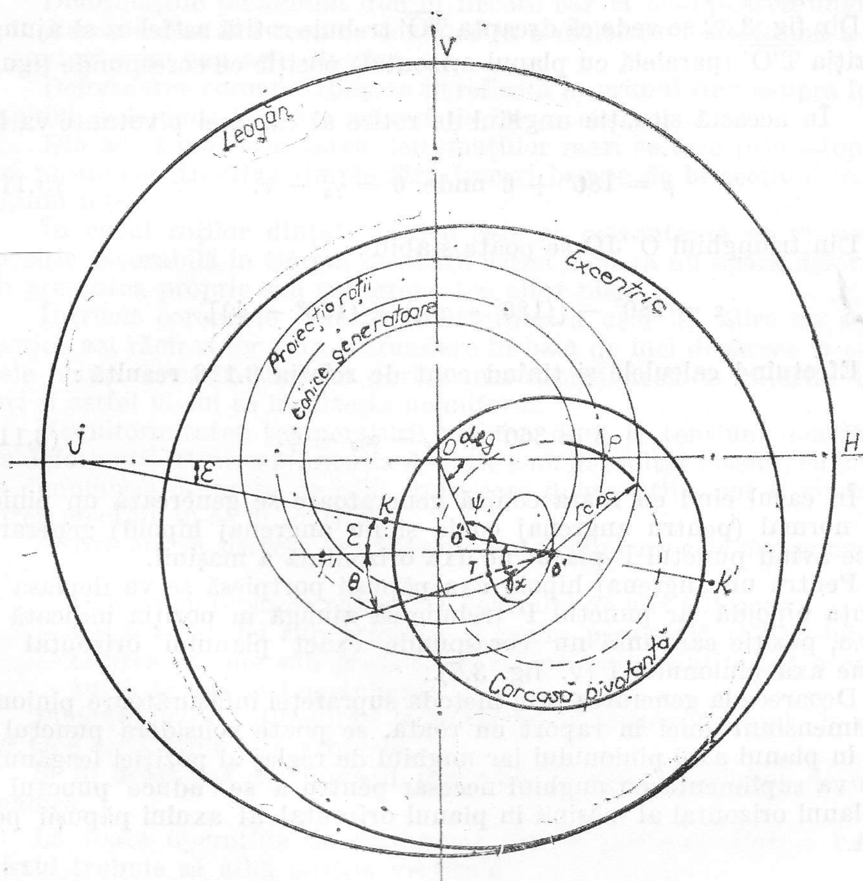


Fig. 3.32.

Poziţia corespunde situaţiei în care leagănul şi excentricul sînt rotite cu unghiurile α_{lg} şi ψ.

Considerăm pe excentric două puncte K şi K' conţinute în planul diametral care ajunge în planul orizontal al maşinii atunci cînd excentricul este adus la 0 (zero).

Aceasta înseamnă că la rotirea cu unghiurile α_{lg} şi ψ supraînălţarea carcasei pivotante se aduce în dreptul punctului K′ iar supraînălţarea

capului de frezat în dreptul punctului K', obţinîndu-se în această poziţie roata plană generatoare.

Dacă în această poziţie se roteşte capul de frezat se ajunge după 180° în situaţia din fig. 3.27, *a*, unghiul între planele *R* şi *R'* evoluînd între 0 (zero) şi 2 λ.

Întrucît obţinerea roţii conice generatoare presupune înclinarea planului *R'* ca în fig. 3.27, *c* se va roti carcasa pivotantă cu 180° aducîndu-se supraînălţarea sa în dreptul punctului *K*.

La această rotire cu 180° a carcasei pivotante, elipsa proiectată pe planul R (fig. 3.31 vedere din Y) ajunge în poziţia din fig. 3.32.

Unghiului de rotire al capului α_x îi corespunde în acest plan (*R*) rotirea cu unghiul γ_x.

Din fig. 3.32 se vede că dreapta $\overline{TO'}$ trebuie rotită astfel ca să ajungă în poziţia $\overline{T'O'}$ (paralelă cu planul orizontal) poziţie ce corespunde figurii 3.30.

În această situaţie unghiul de rotire al carcasei pivotante va fi :

$$\rho = 180° + \theta \text{ unde } \theta = \gamma_x - \varepsilon. \qquad (3.116)$$

Din triunghiul O''JO se poate stabili :

$$\varepsilon = 180° - [(180° - \alpha_{lg}) + (180° - \psi)].$$

Efectuînd calculele şi ţinînd cont de relaţia 3.116 rezultă :

$$\rho = 360° + \gamma_x - \alpha_{lg} - \psi. \qquad (3.117)$$

În cazul cînd cu roata conică generatoare se generează un pinion conic normal (pentru angrenaj conic şi nu angrenaj hipoid) generarea se face avînd punctul P plasat pe axa orizontală a maşinii.

Pentru un angrenaj hipoid axa păpuşii portpiesă se va deplasa cu distanţa hipoidă iar punctul P trebuie să ajungă în poziţia indicată în fig. 3.8, poziţie care însă nu corespunde exact planului orizontal ce conţine axa pinionului I (v. fig. 3.7)..

Deoarece la generarea prin metoda suprafeţei înfăşurătoare pinionul are dimensiuni mici în raport cu roata, se poate considera punctul P chiar în planul axei pinionului iar unghiul de reglaj al poziţiei leagănului α_{lg} se va suplimenta cu unghiul necesar pentru a se aduce punctul P din planul orizontal al maşinii în planul orizontal al axului păpuşii portpiesă.

3.7.3. Elemente privind tehnologia de execuţie a angrenajelor hipoide

Înalta precizie de execuţie a maşinilor de danturat conic curb asigură obţinerea unor danturi foarte precise. Cu toate acestea danturarea este numai o treaptă în ciclul de fabricaţie şi calitatea finală a danturii reprezintă efectul total al erorilor din toate etapele de fabricaţie.

Din această cauză trebuie să se verifice la fiecare fază de fabricaţie dacă abaterile inevitabile faţă de valorile teoretic necesare se găsesc în cadrul toleranţelor admise.

Această verificare şi eliminarea cauzelor care produc abateri este obligatorie deoarece atît la tratamentul termic cît şi la prelucrarea mecanică pot apare erori care la piesa finită au efectul unor erori de danturare.

Că valorile acestor toleranţe trebuie să fie strînse este clar pentru cazul cînd dantura angrenajului nu se mai rectifică, dar trebuie reţinut că este de dorit să se respecte aceste toleranţe şi în cazul cînd angrenajul se rectifică, iar dantura este cementată, spre a se obţine uniformitatea grosimii stratului de cementare după rectificare, asigurîndu-se astfel o calitate superioară angrenajului.

Deformaţiile care apar la operaţia de tratament termic duc la modificarea poziţiei petei de contact în angrenare.

Deformaţiile pinionului duc în fiecare caz la modificarea unghiului de înclinare a dintelui ceea ce conduce la o dislocare neuniformă a petei de contact spre capetele dinţilor.

Deformarea coroanei dinţate se reflectă în primul rînd asupra formei corpului şi depinde în mare măsură de forma ei.

Din acest motiv evitarea deformaţiilor mari se face prin adoptarea unei forme constructive simple fără treceri bruşte de la secţiuni mari la secţiuni mici.

În cazul roţilor dinţate conice care se cementează se va asigura o poziţie favorabilă în timpul încălzirii astfel încît să nu apară deformaţii sub greutatea proprie sau sub greutatea altor piese.

Întrucît coroanele dinţate se deformează uşor la călire nu se mai practică azi răcirea lor prin scufundare în baia de ulei deoarece la suprafeţele plane mişcarea uleiului devine mai rapidă decît în golurile dintre dinţi şi astfel uleiul se încălzeşte neuniform.

Neuniformitatea temperaturii uleiului duce la tensiuni neuniforme şi la deformaţii. Pentru fabricaţia de serie s-au dezvoltat maşini, cunoscute sub denumirea de prese de călit, prin care deformaţiile pot fi micşorate călirea efectuindu-se în matriţă.

Există cîteva sisteme de călire mecanică din care cele mai cunoscute sînt :

— Călirea cu reglarea parţială a debitului de ulei (Gleason).
— Călirea cu ulei sub presiune şi răcire prealabilă (Klingelnberg).
— Călirea cu ulei sub presiune şi repartizarea cantitativă a curentului de ulei (Klingelnberg).

Pinionul creiază dificultăţi la tratamentul termic îndeosebi în cazul cînd face corp comun cu arborele.

Şi în acest caz s-a dovedit raţională folosirea maşinilor de călire mecanică.

La toate operaţiile de tratament termic pinionul dintr-o bucată cu axul trebuie să aibă poziţia verticală.

La maşinile de călit pinioane ale firmei Gleason, pinionul fixat vertical între vîrfuri se roteşte şi se redresează fiind presat lateral de două role de ghidare.

Concomitent cu aceasta pinionul este răcit prin intermediul unui jet de ulei de răcire dirijat.

La coroanele dinţate mari peste 630 mm. călirea între matriţe fiind dificilă se recurge la călire superficială CIF sau prin încălzire oxiacetilenică sau cel mai adesea la durificare prin nitrurare. Limitarea domeniului de utilizare a nitrurării este dată numai de adîncimea stratului dur care, în cazul unor module mari nu mai are o grosime suficientă.

Nitrurarea este avantajoasă în cazul coroanelor avînd formă de discuri subţiri sau inele şi cu module relativ mici.

Alegerea procedeului de călire superficială pentru un caz dat este funcţie de solicitarea şi rezistenţa dinţilor precum şi de mărimea şi forma roţilor.

În cazul cerinţelor mari privind rezistenţa dintelui, metoda cea mai sigură pentru mărirea rezistenţei la uzură concomitent cu mărirea rezistenţei la încovoiere este cementarea.

Călirea prin inducţie şi cu flacără asigură o mărire însemnată a rezistenţei la uzură iar în cazul unei execuţii corecte se obţine şi o mărire a rezistenţei la încovoiere a dintelui

La roţi cu diametre mari şi cu module mari călirea prin inducţie este metoda cea mai adecvată.

În mod normal se tinde la realizarea unei durităţi pentru miez de 230 – 300 HB iar la solicitări mari de 300 – 340 HB.

În ce priveşte prelucrarea mecanică succesiunea fazelor înainte de danturare depinde de seria de fabricaţie dar cerinţa cea mai importantă, comună pentru toate seriile de fabricaţie, este ca suprafeţele de referinţă care determină poziţia axială şi radială a piesei pe maşina de danturat să fie în toleranţe cît mai strînse.

La rectificarea suprafeţelor de aşezare pentru danturare trebuie să se asigure ca între dispozitivul de danturare şi piesa de prelucrat să se realizeze ajustajul H6/h6 sau chiar H5/h6.

Înainte de prindere pe maşina de danturat fiecare piesă se va controla dacă nu are lovituri şi muchii neteşite, iar în caz de nevoie se vor face remedierile necesare.

Deoarece bătaia radială depinde de gradul de curăţenie şi de precizia suprafeţelor de fixare şi a dispozitivelor de fixare, acestea trebuie curăţate perfect.

Dispozitivele de prindere în cazul producţiei de serie se vor verifica cel puţin odată pe săptămînă dacă nu au bătăi radiale la suprafeţele de fixare a piesei.

La danturare, înălţimea dintelui se va măsura la jumătatea lăţimii danturii spre a elimina în oarecare măsură influenţa toleranţelor de execuţie a suprafeţei exterioare.

În cazul cînd se execută o trecere de degroşare cu adîncime mai mare, se va ţine cont ca măsurătoarea să evite canalul rămas de la degroşare pe fundul golului dintre dinţi.

După danturare angrenajul se controlează pe maşina de verificat prin rulare la poziţia petei de contact şi a jocului între flancuri.

Deoarece reglajele calculate sînt valori teoretice iar practic există toleranţele de execuţie a piesei, dispozitivelor şi maşinii, de regulă sînt necesare corecţii ale reglajelor maşinii la danturare pentru îmbunătăţirea petei de contact. Aceste corecţii au valori mici faţă de corecţiile care trebuie executate pentru compensarea modificării petei de contact ca urmare a deformaţiei provenite de la tratamentul termic, în cazul cînd nu se execută rectificarea danturii şi corectarea petei de contact se realizează prin rodare.

Poziţia petei de contact se caracterizează prin contactul longitudinal (în lungul dintelui) şi prin contactul transversal (pe înălţimea dintelui).

La controlul angrenării roţilor conice, poziţia petei de contact este un indiciu pentru erorile de reglare a maşinii şi a sculei la operaţia de pre-

lucrare și pentru erorile produse de tratamentul termic după efectuarea acestuia.

Verificarea petei de contact la producția de serie se face cu un angrenaj etalon controlindu-se poziția petei de contact a roții prin rulare cu pinionul etalon iar a pinionului cu roata etalon și introducind apoi corecțiile necesare in reglajul mașinii de danturat.

La producția de unicate se prelucrează roata intii și apoi la prelucrarea pinionului se fac corecțiile de reglaj ale mașinii de danturat astfel ca pata de contact să aibă forma corectă, controlindu-se cu roata prelucrată.

Mașina de controlat poziția petei de contact realizează aceasta in funcție de poziția relativă a conului de referință al roților.

Prin măsurarea abaterii virfurilor conului de referință in direcție orizontală H și in direcție verticală V față de poziția teoretică, se poate stabili ce corecții trebuie introduse in reglajul mașinii de danturat.

Aceste reglaje sint indicate in fig. 3.33.







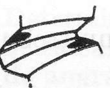










Fig. 3.33

3.8. Proiectarea angrenajului hipoid

La proiectarea unui angrenaj hipoid se intilnesc două situaţii :

1. Proiectarea de înlocuire a unui angrenaj hipoid existent.

În acest caz elementele de bază ale angrenajului z_1, z_2, a şi r_2, rezultă imediat de la angrenajul ce urmează a fi înlocuit şi constituie baza de calcul.

2. Proiectarea cu stabilirea tuturor parametrilor prin calcul, evident cazul cel mai complex.

După cum s-a văzut din cap. 3.3, pentru aceeaşi valoare a razei r_2 există un mare număr de variante ale angrenajului hipoid, variante la care dreapta $\overline{D_2D_1}$ ocupă diferite poziţii pe axele I şi II.

În ultimă instanţă proiectantul trebuie să ajungă să determine grupul de angrenaje care satisfac convenabil condiţia constructivă (z_1, z_2, r_2 şi a), iar în final să aleagă acel angrenaj care satisface condiţia ca raza de curbură a dinţilor să corespundă posibilităţilor de reglaj ale unui cap portcuţite existent la maşina de danturat şi unei valori a unghiului $\Delta\alpha$ (unghiul dintre axa cinematică şi axa geometrică a danturii) corespunzătoare sculelor existente sau posibil de realizat, bineînţeles cu respectarea unghiurilor β_1 şi β_2, spre a menţine forţele ce acţionează în lagăre în jurul valorilor stabilite.

În cazul cind se optează pentru prelucrarea cu cuţite simetrice avind unghiul de presiune egal cu unghiul de angrenare nominal, se caută acea variantă care satisface condiţia $-1° \leqslant \Delta\alpha \leqslant +1°$ pentru o rază a capului portcuţite ce poate fi reglată la valoarea razei de curbură optimă calculată.

Dacă se foloseşte prelucrarea cu cuţite asimetrice se calculează unghiul $\Delta\alpha$ şi se stabilesc valorile unghiurilor de presiune ale cuţitelor în aşa fel încît unghiul de angrenare pe flancul concav al roţii şi convex al pinionului să fie mai mare decît unghiul nominal, respectiv $\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$, iar unghiul de angrenare pe flancul convex al roţii şi concav al pinionului mai mic decit unghiul nominal, respectiv $\alpha'' = \alpha - \Delta\alpha$.

Pentru a se evita condiţii de aşchiere nefavorabile, α'' nu trebuie să fie mai mic de 12°.

Raza de curbură optimă a dinţilor pentru valoarea $\Delta\alpha$ trebuie să corespundă cu o valoare posibil de reglat, pe capul portcuţite ce corespunde angrenajului calculat. Valoarea unghiului $\Delta\alpha$ real se poate admite în limitele 0°...1° faţă de $\Delta\alpha$ necesar teoretic pentru un cap portcuţite dat conform relaţiei 3.41.

Unghiul de angrenare nominal este de regulă $\alpha_n = 20°$. Din recomandările existente în literatură rezultă că pentru angrenaje de autoturisme, în unele cazuri, se foloseşte unghiul de angrenare nominal $\alpha_n = 21°30'$, iar pentru angrenaje mai solicitate (autocamioane) $\alpha_n = 22°30'$. Explicaţia folosirii acestor unghiuri constă în faptul că la un unghi de angrenare mai mare curburile profilului dintelui devin mai favorabile.

Cu toate că există tendinţa de creştere a forţelor normale pe dinte, îmbunătăţirea condiţiilor de alunecare pe flancuri creează o oarecare creştere a capcităţii portante, bineînţeles în condiţiile corelării cu distanţa între axe.

În stabilirea parametrilor iniţiali trebuie să se ţină cont că valorile maxime ale raportului a/r_2 sînt funcţie de raportul de transmitere. În gene-

ral nu se admite ca deplasarea axelor să depășească jumătate din raza roții (vezi tabelul 3.3), la angrenajele hipoide normale.

Tabelul 3.3. **Valorile raportului a/r_2 la angrenaje hipoide normale**

i	1,5	2	3	4	5	6	7	8
a/r_2	0,25	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

Coeficientul k de determinare a dimensiunilor pinionului în funcție de raportul de transmitere se va lua în limitele indicate în tabelul 3.4.

Tabelul 3.4. **Coeficientul k recomandat la angrenaje hipoide normale**

i	1,5	2	3	4	5	6	7	8
k_{min}	1,12	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10
k_{max}	1,18	1,33	1,55	1,71	1,82	1,92	2	2

Dat fiind numărul mare de parametri care intră în calculul unui angrenaj hipoid, se stabilește încă un parametru care se admite inițial într-un domeniu dat, acesta fiind unghiul la vîrful conului de referință al roții δ_2 (respectiv semiunghiul vîrfului conului).

Valorile limită orientative pentru unghiul δ_2 sînt indicate în tabelul 3.5.

Tabelul 3.5. **Valorile limită ale unghiului δ_2**

i	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8
δ_{2min}	45°	48°	51°	53°	55°	57°	58°	59°	61°	62°	63°	64°	64°	65°
δ_{2max}	51°	59°	65°	69°	71°	74°	76°	77°	78°	79°	80°	81°	81°	82°

Determinarea dimensiunilor roților componente solicită un volum mare de calcule, datorită necesității de a se calcula prin tatonări un număr mare de angrenaje, pentru a se alege unul corespunzător.

Determinarea prin metode iterative se aplică în toate metodologiile de calcul publicate în literatură, dar, din cauza consumului mare de timp, se conduce calculul în așa fel încît prin cîteva variante să se găsească un angrenaj ce poate fi considerat acceptabil.

Datorită posibilității de a efectua calculele pe calculatorul electronic determinarea unui număr mare de variante nu mai reprezintă în prezent o problemă.

Tabelul 3.6 în care se prezintă sinteza formulelor de calcul a fost întocmit astfel încît să permită trecerea în revistă a unui număr cît mai mare de variante pentru compararea din mai multe puncte de vedere a rezultatelor și a crea în același timp proiectantului o vedere de perspectivă mai amplă asupra problemei.

Datele inițiale de calcul vor fi z_1, z_2, r_2, a, k și δ_2.

Primele trei valori sînt stabilite inițial de proiectant din condiții cinematice și constructive și nu mai comportă modificări legate de angrenajul în sine.

Deplasarea axelor „a" se va alege, inițial, din criterii constructive, în așa fel încît să poată fi rezolvată problema lăgăruirii arborilor încadrîndu-se în limita impusă prin valorile din tabelul 3.3.

Coeficientul k se va alege inițial prin cîteva valori aproximativ în prima jumătate a cîmpului k_{min}, k_{max}, din tabelul 3.4.

În acest fel la prima rulare a programului de calcul vor rezulta variante ale angrenajului pentru diverse unghiuri δ_2 în domeniul δ_{2min}, δ_{2max}, (tabelul 3.5) din grad în grad.

Calculul angrenajului și al elementelor danturii se va efectua în două etape.

Etapa I. Determinarea elementelor angrenajului conform tabelului 3.6.

Etapa II. Determinarea elementelor danturii conform tabelului 3.8.

Datele inițiale în etapa I-a

— Unghiul între axe	$\Sigma = 90°$	
— Nr. de dinți al pinionului	z_1	
— Nr. de dinți al roții	z_2	
— Raza medie a roții hipoide	r_2	
— Deplasarea axelor	a	
— Coeficientul de mărire a diametrului pinionului	k	Rularea I-a a programului cu cîteva valori aproximativ la jumătatea cîmpului din tabelul 3.4
— Unghiul conului de referință al roții hipoide	δ_2	Rularea I-a a programului din grad în grad în domeniul δ_{2min} δ_{2max} conform tabelului 3.5
— Unghiul de angrenare nominal în secțiune normală	α_n	De regulă se alege $\alpha_n = 20°$
— Cuplul rezistent la roată	M_r	daNmm
— Forțele ce acționează în angrenaj		Grupa de formule I sau II conform tabelului 3.7

În etapa I-a după efectuarea unei rulări a programului de calcul se caută valorile convenabile iar în eventualitatea că este necesar se rulează din nou cu alte valori ale parametrului k.

Tabelul 3.6. **Determinarea elementelor angrenajului hipoid în etapa I de calcul**

Nr. crt.	Elementul de calculat	Formula de calcul	rezultat
1	2	3	4
1	Raportul de transmitere	$i = z_2/z_1$	i
2	Raza medie a pinionului hipoid	$r_1 = kr_2/i$	r_1
3	Unghiul între proiecția normalei comune și axa roții	$\mathrm{tg}\,\eta = a/[r_2(\mathrm{tg}\,\delta_2 + k/i)]$	η
4	Unghiul între proiecția normalei comune și axa pinionului	$\sin\varepsilon = \mathrm{tg}\,\delta_2\,\mathrm{tg}\,\eta$	ε
5	Unghiul conului de referință al pinionului	$\sin\delta_1 = \cos\delta_2\cos\varepsilon$	δ_1

Tabelul 3.6 (continuare)

1		2	3	4
6		Diferența între unghi înclinare dantură pinion și roată	$\sin\mu = \sin\varepsilon/\cos\delta_1$	μ
7		Unghiul de înclinare a spirei dintelui roții	$\mathrm{tg}\,\beta_2 = (\cos\mu - 1/k)/\sin\mu$	β_2
8		Unghiul de înclinare a spirei dintelui pinionului	$\cos\beta_1 = \cos\beta_2/k$	β_1
9		Lungimea generatoarei medii con de referință roată	$R_2 = r_2/\sin\delta_2$	R_2
10		Lungimea generatoarei medii con de referință pinion	$R_1 = r_1/\sin\delta_1$	R_1
11		Distanța de la planul cercului de referință mediu al roții la planul axei pinion măsurată pe axa roții	$U_2 = r_1\sin\delta_2/\cos\delta_1$	U_2
12		Distanța de la planul cercului de referință mediu pinion la planul axei roții măsurată pe axa pinionului	$U_1 = r_2\cos\varepsilon$	U_1
13		Abaterea axei de simetrie a mișcării față de axa de simetrie dantură	$\mathrm{tg}\,\Delta\alpha = A/B$ $A = R_1\sin\beta_1 - R_2\sin\beta_2$ $B = R_1\mathrm{tg}\,\delta_1 + R_2\mathrm{tg}\,\delta_2$	$\Delta\alpha$
14		Raza de curbură optimă a dintelui pe roata plană	$1/\rho = A[B - (C)\mathrm{tg}\,\Delta\alpha]$ $A = 1/(\mathrm{tg}\,\beta_1 - \mathrm{tg}\,\beta_2)$ $B = 1/(R_1\cos\beta_1) - 1/(R_2\cos\beta_2)$ $C = \mathrm{tg}\,\beta_2/(R_2\mathrm{tg}\,\delta_2) + \mathrm{tg}\,\beta_1/(R_1\mathrm{tg}\,\delta_1)$	ρ
15		Forța care acționează asupra roții	$P_2 = M_r/r_2$	P_2
16		Forța care acționează asupra pinionului	$P_1 = P_2/k$	P_1
17		Forța normală pe dinte la roată și la pinion	$P_n = P_2/(\cos\alpha_n\cos\beta_2)$	P_n
18	I	Forța axială pe pinion	$P_{a1} = P_1(\mathrm{tg}\,\alpha_n\sin\delta_1 + \sin\beta_1\cos\delta_1)/\cos\beta_1$	P_{a1}
19	I	Forța axială pe roată	$P_{a2} = P_2(\mathrm{tg}\,\alpha_n\sin\delta_2 - \sin\beta_2\cos\delta_2)/\cos\beta_2$	P_{a2}
20	I	Forța radială pe pinion	$P_{r1} = P_1(\mathrm{tg}\,\alpha_n\cos\delta_1 - \sin\beta_1\sin\delta_1)/\cos\beta_1$	P_r
21	I	Forța radială pe roată	$P_{r2} = P_2(\mathrm{tg}\,\alpha_n\cos\delta_2 + \sin\beta_2\sin\delta_2)/\cos\beta_2$	P_{r2}
22	II	Forța axială pe pinion	$P_{a1} = P_1(\mathrm{tg}\,\alpha_n\sin\delta_1 - \sin\beta_1\cos\delta_1)/\cos\beta_1$	P_{a1}
23	II	Forța axială pe roată	$P_{a2} = P_2(\mathrm{tg}\,\alpha_n\sin\delta_2 + \sin\beta_2\cos\delta_2)/\cos\beta_2$	P_{a2}
24	II	Forța radială pe pinion	$P_{r1} = P_1(\mathrm{tg}\,\alpha_n\cos\delta_1 + \sin\beta_1\sin\delta_1)/\cos\beta_1$	P_{r1}
25	II	Forța radială pe roată	$P_{r2} = P_2(\mathrm{tg}\,\alpha_n\cos\delta_2 - \sin\beta_2\sin\delta_2)/\cos\beta_2$	P_{r1}

După stabilirea unui domeniu convenabil se efectuează o a doua rulare pentru valori ale parametrului δ_2 din 0,1° în 0,1°, în zona care prezintă interes, iar dacă se consideră necesar se mai poate face o rulare pe o zonă restrînsă din 0,01° în 0,01°.

Tabelul 3.7 **Stabilirea grupei de formule pentru calculul forțelor**

Tip angrenaj	Sens spiră pinion	Sens rotație pinion	Grupa de formule cu care se calculează forțele
Conf. fig. 3.17 *a* și *b*	stînga	sens orar	I
Conf. fig. 3.17 *a* și *b*	stînga	sens antiorar	II
Conf. fig. 3.17 *c* și *d*	dreapta	sens orar	II
Conf. fig. 3.17 *c* și *d*	dreapta	sens antiorar	I

Dacă prin prima rulare nu se găsește un domeniu convenabil, se rulează, modificînd parametrul α, acele variante care sînt apropiate de cazul urmărit și, apoi, se trece la determinări pe domenii restrînse.

Pentru calculul forțelor care acționează în angrenaj este necesar să se stabilească prin datele inițiale care grupă de formule se folosește în calcul, respectiv I sau II (vezi tabelul 3.6). Această grupă se stabilește ținînd seama de datele din tabelul 3.7. Forțele calculate vor fi în daN.

Sensurile de rotație, al pinionului și al roții, necesare în stabilirea grupei de formule, se iau în considerație privind din partea opusă a vîrfului conului de referință.

După stabilirea variantei definitive a angrenajului, se trece la etapa II-a de calcul, pentru determinarea dimensiunilor danturii conform tabelului 3.8.

Datele inițiale de calcul pentru etapa II-a

$z_1, \varepsilon, \alpha_n, R_1, R_2, r_1, \beta_1, \delta_1, \delta_2, U_1, U_2,$ din etapa I-a de calcul;
- raportul lățime roată, lungime generatoare medie: $k_b = 0{,}2\ldots0{,}3$
- creșterea lățimii pinionului: $\Delta b = 5\ldots10$ mm;
- coeficientul înălțimii capului dintelui: f_a — conf. tab. 3.1;
- coeficientul deplasării profilului x_r — conf. tab. 3.1;
- coeficientul jocului la piciorul danturii: $c'_n = 0{,}2\ldots0{,}25$;
- distanța de la planul cercului mediu de referință la baza de așezare a roții: H_2 — constructiv;
- distanța de la planul cercului mediu de referință la baza de așezare a pinionului: H_1 — constructiv.

Cu valorile calculate după tabelele 3,6 și 3.8 se poate executa desenul roții și al pinionului conform fig. 3.15.

Indicarea elementelor de calcul pe desen se recomandă a se face după tabelul 3.9.

La întocmirea desenelor se vor avea în vedere toleranțele pentru dimensiunile corpului piesei (tabelul 3.10).

Tabelul 3.8. **Determinarea elementelor angrenajului hipoid în etapa II de calcul**

Nr. crt.	Elemente de calculat	Formula de calcul	Rezultat
1	2	3	4
1	Lățimea coroanei dințate a roții în lungul generatoarei	$b_2 = k_b R_2$	b_2
2	Lățimea coroanei dințate a pinionului în lungul generatoarei	$b_1 = b_2 \sin \delta_2/(\cos \varepsilon \cos \delta_1) + \Delta b$	b_1
3	Modulul normal în secțiunea medie a dintelui	$m_n = 2r_1 \cos \beta_1/z_1$	m_n
4	Înălțimea piciorului dintelui la roată	$h_{f2} = (f_a + x_r + c'_n)m_n$	h_{f2}
5	Înălțimea capului dintelui la roată	$h_{a2} = (f_a - x_r)m_n$	h_{a2}
6	Înălțimea piciorului dintelui la pinion	$h_{f1} = (f_a - x_r + c'_n)m_n$	h_{f1}
7	Înălțimea capului dintelui la pinion	$h_{a1} = (f_a + x_r)m_n$	h_{a1}
8	Lungimea generatoarei exterioare roată	$R_{e2} = R_2 + 0{,}5\, b_2$	R_{e2}
9	Lungimea generatoarei exterioare pinion	$R_{e1} = R_1 + 0{,}5\, b_1$	R_{e1}
10	Diametrul exterior al roții. Formula este valabilă pentru forma roții din fig. 3.15	$d_{a2} = 2(R_{e2} \sin \delta_2 + h_{a2} \cos \delta_2)$	d_{a2}
11	Diametrul exterior al pinionului. Forma I vezi fig. 3.15 Forma II vezi fig. 3.39	$d_{a1} = 2(R_{e1} \sin \delta_1 + h_{a1} \cos \delta_1)$ $d_{a1} = 2(R_{e1} \sin \delta_1 + h_{a1}/\cos \delta_1)$	d_{a1}
12	Distanța de montaj a roții. H_2 constructiv, fig. 3.15	$T_2 = U_2 + H_2$	T_2
13	Distanța de montaj a pinionului. H_1 constructiv, fig. 3.15	$T_1 = U_1 + H_1$	T_1
14	Distanța de la suprafața de așezare roată la vîrf exterior al dinților	$L_{a2} = H_2 - 0{,}5\, b_2 \cos \delta_2 + h_{a2} \sin \delta_2$	L_{a2}
15	Distanța de la suprafața de așezare pinion la vîrf exterior al dinților Forma I vezi fig. 3.15 Forma II vezi fig. 3.39	$L_{a1} = H_1 - 0{,}5\, b_1 \cos \delta_1 + h_{a1} \sin \delta_1$ $L_{a1} = H_1 - 0{,}5\, b_1 \cos \delta_1$	L_{a1}
16	Distanța de la suprafața de așezare roată la vîrf interior al danturii	$N_2 = L_{a2} + b_2 \cos \delta_2$	N_2
17	Distanța de la suprafața de așezare pinion la vîrf interior dantură	$N_1 = L_{a1} + b_1 \cos \delta_1$	N_1
18	Grosime dinte pe coarda constantă în pct. mediu în secț. normală roată	$s_{nc2} = m_n(1{,}57 \cos^2\alpha_n - x_r \sin 2\alpha_n)$	s_{nc2}

1	2	3	4
19	Înălţimea la coarda constantă la dinte roată	$h_{c2} = h_{a2} - 0{,}5\, s_{nc2}\, \mathrm{tg}\, \alpha_n$	h_{c2}
20	Grosime dinte pe coarda constantă în pct. mediu în secţ. normală pinion	$s_{nc1} = m_n(1{,}57 \cos^2 \alpha_n + x_r \sin 2\alpha_n)$	s_{nc1}
21	Înălţimea la coarda constantă la dinte pinion	$h_{c1} = h_{a1} - 0{,}5\, s_{nc1}\, \mathrm{tg}\, \alpha_n$	h_{c1}

Tabelul 3.9. **Elementele de calcul ale angrenajului hipoid**

Dantura hipoidă în arc de cerc cu înălţime constantă a dintelui			
1	Numărul de dinţi		z
2	Deplasarea hipoidă		a
3	Unghiul între axe		Σ
4	Modulul normal în punctul mediu		m_n
5	Unghi de angrenare în secţiune normală	flancul concav	α_{ncv}
6		flancul convex	α_{ncx}
7	Coeficientul înălţimii capului dintelui		f_a
8	Coeficientul jocului la picior		c_n
9	Coeficientul deplasării profilului		x_r
10	Unghi de înclinare dantură la diam. mediu		β
11	Sensul înclinării dintelui		—
12	Diametrul de referinţă mediu (diametrul de divizare al roţii conice)		d_m
13	Înălţimea capului dintelui		h_a
14	Înălţimea piciorului dintelui		h_f
15	Lungimea generatoarei conului de referinţă în punctul mediu		R
16	Lăţimea de calcul a danturii		b
17	Raza de curbură a dintelui (raza CPC în planul de referinţă)		r_{CPC}
18	Roata conjugată	Număr desen	—
19		Număr de dinţi	z
20	Jocul între flancuri		j_n
21	Bătaia radială a danturii		T_{br}
22	Eroarea de pas		E_p
23	Eroarea cumulată de pas		E_{cp}

Indiferent de forma corpului piesei respective, toleranțele vor fi cele indicate în tabelul 3.10. Pentru notații vezi fig. 3.15.

Toleranțele pentru danturile conice și hipoide sînt standardizate la noi în țară prin STAS 6273—81. Întrucît în acest standard există o departajare foarte detaliată a valorilor prescrise, utilizarea lor presupune atît experiență cît și o aparatură de control adecvată. Pentru cazul cînd nu există acestea, se pot folosi orientativ valorile din tabelul 3.11 prescrise pentru două clase de precizie și care ne pot orienta și asupra domeniului de toleranțe care trebuie abordat. Aceste două clase sînt :

Execuție normală — pentru viteze periferice mai mici de 10 m/sec.

Execuțe precisă—pentru viteze periferice mai mici de 10 m/sec.

Tabelul 3.10. **Toleranțele corpului roților angrenajului hipoid**

1	Modul normal mediu	m_n	1...2	2...8	>8
2	Diametrul exterior	d_a	0 −80	0 −150	0 −250
3	Distanța între planul cercului de cap și baza de așezare	L_a	0 −50	0 −80	0 −100
4	Unghiul conului capului	δ	+20′ −10′	+10′ −5′	+5′ −3′
5	Unghiul conului spatelui	—	±1°	±30′	±15′
6	Lățimea dintelui	b	0 −150	0 −200	0 −250

Toleranțele sînt date în micrometri pentru dimensiunile liniare.

Bătaia radială a danturii este determinată în principal de montarea piesei de prelucrat pe mașină, respectiv de dispozitive, iar eroarea de pas se datorește, îndeosebi, gradului de uzură a mașinii de danturat.

Întrucît angrenajele hipoide sînt angrenaje foarte solicitate, pentru execuția lor se utilizează, de regulă, oțeluri aliate.

Dantura atît la pinion cît și la roată se cementează.

Duritatea stratului cementat pe dinte se recomandă a fi, la pinion, HRC 60...62, iar la roată, HRC 58...60.

Ungerea lichidă, la care între suprafețele în contact există un film de ulei ce împiedică vîrfurile asperităților suprafețelor să vină în contact, nu poate fi obținută pe toate zonele flancurilor danturii hipoide.

Străpungerile peliculei de ungere iau naștere ca urmare a rugozității suprafețelor, a erorilor de fabricație și a condițiilor diferite de viteză și de curbură de pe flancurile dinților și, bineînțeles, datorită și solicitărilor care, în acest caz, sînt presiunile de contact și forța de frecare de alunecare tangențială la suprafața flancurilor.

Cînd forța de contact dintre suprafețe este atît de puternică încît straturile de lubrifiant sînt străpunse și vin în contact suprafețele metalice, se uzează întîi stratul de oxizi care, avînd rezistența la forfecare mai mică decît metalul, se comportă în primul moment ca un lubrefiant, apoi vin în contact suprafețele metalice (curate) după care se produce griparea. Pentru a se împiedica griparea se reproduce fenomenul descris prin folosirea la ungerea angrenajelor hipoide a uleiurilor aditivate. Aditivii din compoziția acestor uleiuri pot fi combinații de plumb, de sulf, de clor sau

Tabelul 3.11. **Toleranțele danturii hipoide**

Clasa de precizie	Modulul	Bătaia radială					Eroarea de pas					Eroarea cumulată de pas				
		Diametrul de divizare					Diametrul de divizare					Diametrul de divizare				
		40	75	150	300	600	40	75	150	300	600	40	75	150	300	600
Execuție normală	1,5	30	35	35	40	—	12	12	12	15	—	—	—	—	—	—
	3	—	35	35	40	50		12	12	15	17	—	—	—	—	—
	6	—	—	35	40	50	—	—	12	15	17	—	—	—	—	—
	12	—	—	—	40	50	—	—	—	15	17	—	—	—	—	—
Execuție precisă	1,5	20	20	20	25	—	8	8	8	10	—	25	25	25	25	—
	3	—	20	20	25	35	—	8	8	10	12	—	25	25	25	30
	6	—	—	20	25	35	—	—	8	10	12	—	—	25	25	30

Toleranțele din acest tabel sînt date în micrometri.

de fosfor, solubile în ulei. Sub influența căldurii produse de frecare, aditivii reacționează chimic cu suprafața metalică. Produsele de reacție care iau naștere la locul de frecare (clorați sau sulfați metalici) sînt materiale care formează stratul de protecție. Urmare a rezistenței acestui strat la forfecare mai mică decît a metalului, forța de frecare se reduce și se împiedică griparea suprafețelor. Continua înoire a stratului de protecție se face pe baza unei uzuri continui, binecînțeles însă foarte redusă.

Produsele de reacție care se așază pe suprafață ca o peliculă de ungere nu au rezistență mecanică și sînt evacuate de la locul de generare atunci cînd apare frecarea, dizolvîndu-se în ulei și formîndu-se din nou sub efectul vîrfurilor de temperatură. Ca urmare a acestei uzuri fine continui, presiunile superficiale și temperaturile mari care iau naștere în punctele de contact ale suprafețelor se distribuie treptat pe o suprafață mai mare prin uzurile de material în locul presiunilor maxime. Acest proces care are loc în prima perioadă de rodaj, denumit uzură de rodaj, duce la o adaptare a formei flancurilor avînd ca urmare formarea petei de contact în condițiile date de funcționare.

O îmbunătățire a proprietăților suprafețelor în vederea rodajului se poate obține printr-un tratament prealabil al flancurilor dinților cu fosfați, straturile depuse prin fosfatare umplînd depresiunile rugozității. Ca și substanțele formate de uleiurile aditivate, aceste straturi au o rezistență la forfecare mai redusă decît metalul, datorită cărui fapt frecarea se micșorează. Deși stratul de fosfatare dispare după un timp scurt, cu excepția resturilor rămase în depresiuni și rizuri, ele ajută în mod avantajos la formarea petei de contact, dar nu exclud folosirea uleiurilor aditivate care asigură prin același proces și o funcționare normală.

La proiectarea angrenajului hipoid și a carcasei trebuie să se țină seama de influențele dinamice asupra comportării uleiului de ungere. Trebuie să se evite interstițiile înguste ce provoacă formarea de vîrtejuri și să nu se producă stagnări ale uleiului. Felul ungerii depinde de viteza periferică a roții.

Pentru viteze periferice de pînă la 12 m/sec este în general suficientă ungerea prin barbotare.

În acest caz nivelul uleiului trebuie să acopere suprafețele flancurilor dinților roții la partea inferioară astfel ca puterea pierdută prin barbotare să fie redusă.

Un nivel prea ridicat al uleiului poate duce la pierderi considerabile de putere prin formarea de vîrtejuri cu creșteri corespunzătoare de temperatură.

Dezavantajos în acest caz este și faptul că la pornire, la un sens de rotație, abia după aproximativ 3/4 de rotație a roții ajunge ulei în zona de angrenare.

La viteze mai mari și puteri transmise mari este necesară ungerea sub presiune. Jetul de ulei trebuie să fie dirijat astfel ca să parcurgă la ambele roți întreaga lățime a dinților.

Dacă numai o parte din uleiul ejectat ajunge în zona de angrenare iar cealaltă este evacuată prematur se poate ajunge la temperaturi superficiale excesive la locul de contact al dinților, deși creșterea de temperatură a uleiului în baie se face în limite normale.

Pornirea ungerii trebuie să se facă anterior rotației angrenajului pentru a se exclude perioada de mers uscat.

În toate cazurile, la angrenajele hipoide se recomandă folosirea uleiurilor aditivate.

Indicații privind aceste uleiuri sînt date în tabelul 3.12.

Tabelul 3.12. Uleiuri recomandate pentru ungerea angrenajelor conice și hipoide

Simbolul	STAS	Vîscozitatea la 50 °C cSt	Vîscozitatea la 50 °C °E	Indice de viscozitate	Compoziția	Destinația
1	2	3	4	5	6	7
TIN 25 EP	10588-76	21–26	3–3,5	—	Uleiuri minerale rafinate cu adaos de aditivi de extremă presiune, antioxidant, anticoroziv, antiuzare și antispumant	Pentru ungerea reductoarelor industriale cilindrice, conice și hipoide care au viteze și sarcini moderate și cu șocuri. Temperatura maximă 80°C și 60°C cînd uleiul vine în contact cu aliaje de cupru
TIN 42 EP		37–45	5–5,9	—		
TIN 55 EP		50–57,5	5,5–7,6	60		
TIN 82 EP		82–90	10,8–11,8	60		
TIN 120 EP		125–140	16,5–18,4	60		
TIN 200 EP		200–220	26,3–28,9	70		
TIN 300 EP		260–320	34,2–42	70		
TIN 210 EPC		210–225	27,6–29,6	65		
Ulei pentru angrenaje hipoide	NID 1446-79	20–30 (100°C)	3–4,5	—	Ulei mineral rafinat cu adaos de sulf și aditiv depresant	Pentru reductoare hipoide și reductoare închise greu solicitate (diferențiale)

1	2	3	4	5	6	7
T 75 EP 1	10667-80	42–50	5,5–6,5	65	Ulei mineral cu adaos de aditivi de extremă presiune	Pentru ungerea angrenajelor din cutii de viteze tractoare
T 80 EP 2 T 90 EP 2	8960-79	10–11,5 16,5–18		85	Ulei mineral cu aditivi de extremă presiune pe bază de compuși clorurați anticoroziv antioxidant depresant și antispumant	Pentru ungerea transmisiei autovehiculelor (cutii de viteze și diferențiale)

3.9. Calculul de verificare a rezistenței angrenajului hipoid

Solicitările complexe ale angrenajului hipoid fac ca un calcul de rezistență să fie în general dificil de realizat exact.

Din această cauză se preferă metode mai simple de verificare, care pot da o imagine rapidă asupra solicitării și pot constitui un ghid pentru proiectant în alegerea unei variante.

După cum s-a arătat anterior, caracteristică angrenajelor hipoide este prezența alunecării longitudinale între dinți, alunecare ce poate duce la apariția uzurii în lipsa unor măsuri adecvate.

Această influență a alunecării longitudinale se datorește faptului că ea se produce permanent cu valoare constantă pe întreaga lungime a dintelui, spre deosebire de angrenajele conice la care alunecarea se produce numai pe profilul transveral al dintelui, cu valori variabile, avînd mărimea maximă la intrarea și ieșirea dintelui din angrenare. Trebuie precizat că această alunecare transversală a profilelor există și la angrenajele hipoide și peste ea se suprapune alunecarea longitudinală.

Pentru a se împiedica apariția uzurii la angrenajele hipoide este necesar ca suprafața danturii să aibă o duritate ridicată și un grad de finisare a suprafeței active a dinților ridicat, respectiv o rugozitate redusă, iar pata de contact să aibă poziție și dimensiuni corecte, astfel ca, sub sarcină, în urma deformării, contactul să nu ajungă pe muchiile danturii.

Aceste condiții indică faptul că execuția angrenajelor hipoide trebuie să fie cît mai îngrijită și că dantura trebuie neapărat să fie rectificată sau rodată pe stand.

Chiar cînd dimensiunile angrenajului hipoid, duritatea, pata de contact și rugozitatea danturii sînt corecte, capacitatea angrenajului de a transmite efort este condiționată de existența lubrifiantului corespunzător.

În cazul cînd materialele utilizate și lubrifiantul sînt corespunzătoare, roțile dințate hipoide pot lucra un timp îndelungat fără a se ajunge la o uzură prea mare a flancurilor dinților.

Dacă suprafața dintelui nu este suficient de netedă , în procesul de angrenare se produce rodarea rugozităților.

De obicei acest proces se oprește în momentul cînd stratul de lubrifiant dintre profile are o grosime mai mare decît suma înălțimilor rugozității suprafețelor în contact.

Cu alte cuvinte și la roțile dințate hipoide poate avea loc frecare lichidă între profilele dinților, dar, în prezent, nu există încă date suficiente cu privire la condițiile realizării frecării lichide.

Dacă toate condițiile enumerate anterior sînt îndeplinite, se poate calcula puterea transmisă de angrenajul hipoid cu formula

$$N = 0{,}03\, b_2 C_m C_\varepsilon C_n C_0, \qquad (3.118)$$

formulă determinată pe baza criteriilor de rezistență la uzură și unde notațiile au următoarele semnificații [24]:

N — puterea transmisă de angrenaj, în kW;

b_2 — lățimea danturii roții hipoide, în mm;

C_m — coeficient depinzînd de materialul pinionului și al roții precum și de tratamentul termic aplicat (tabelul 3.13);

C_ε — coeficient care depinde de gradul de acoperire al danturii și se calculează cu formula

$$C_\varepsilon = \sqrt{0{,}4(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta)}\,; \qquad (3.119)$$

ε_α — gradul de acoperire realizat prin angrenarea profilelor (conform fig. 3.34);

ε_β — gradul de acoperire realizat prin înaintarea flancului ca urmare a existenței unghiului de înclinare a danturii, valoarea sa se determină din fig. 3.35 în funcție de unghiul de înclinare mediu al angrenajului hipoid calculat cu formula $\beta_{med} = 0{,}5(\beta_1 + \beta_2)$ și de raportul b_2/m_{te2}, unde b_2 este lățimea roții, iar m_{te2} modulul frontal exterior;

Tabelul 3.13. **Coeficienți pentru luarea în considerare a materialului și a tratamentului termic**

Roata			Pinion			C_m
Material și trat. termic	Duritatea *HB*	Duritatea *HRC*	Material și trat. termic	Duritatea HB	Duritatea HRC	
Fontă	—	—	Fontă	—	—	0,3
Fontă	—	—	Oțel	160—200	—	0,3
Fontă	—	—	Oțel călit	—	50	0,4
Fontă	—	—	Oțel cementat	—	55	0,4
Oțel îmbunătățit	210—245	—	Oțel îmbunătățit	245—280	—	0,35
Oțel îmbunătățit	250—300		Oțel cementat	—	55	0,5
Oțel îmbunătățit	375—425		Oțel îmbunătățit	375—425	—	0,7
Oțel călit	—	50	Oțel călit	—	50	1,00
Oțel călit	—	50	Oțel cementat	—	55	1,00
Oțel cementat	—	55	Oțel cementat	—	55	1,00
Oțel cementat	—	58	Oțel cementat	—	58	1,33

C_n — coeficient care depinde de turația și de dimensiunile pinionului; se determină din fig. 3.36 în funcție de turația pinionului și de diametrul său echivalent redus, determinat cu formula $d_{1red} = d_{a2}(z_1/z_2)$, unde d_{a2} este diametrul exterior al roții;

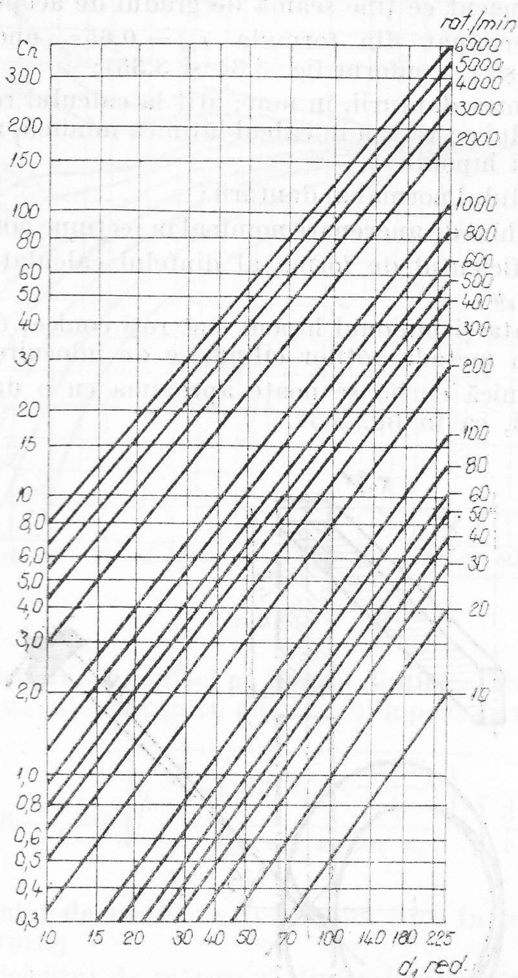


Fig. 3.36

C_0 — coeficient care depinde de calitatea ungerii și are următoarele valori: $C_0 = 1$, în cazul ungerii cu uleiuri aditivate speciale pentru angrenaje hipoide; $C_0 = 0,6$, în cazul ungerii cu uleiuri minerale obișnuite.

Calculul efortului de încovoiere la baza dinților. Determinarea efortului de încovoiere la baza dintelui se poate face cu formula

$$\sigma_i = \frac{100\, P \cos^2 \beta k_p}{\lambda_{es} \pi y b m_n \cos \alpha_n} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}\right] \text{ în care,} \qquad (3.120)$$

P este forța ce acționează la periferia roții sau a pinionului, determinată în daN (pct. 15 și 16 din tabelul 3.6);

β — unghiul de înclinare al danturii în punctul mediu al roţii sau pinionului;

k_p — coeficientul distribuţiei neuniforme a sarcinei în lungul dintelui; se recomandă a se lua $k_p = 1,5$;

$\lambda_{\varepsilon s}$ — coeficient ce ţine seama de gradul de acoperire al danturii, determinat din formula $\lambda_{\varepsilon s} = 0,65\varepsilon$, unde $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_\alpha^2 + \varepsilon_\beta^2}$ (ε_α şi ε_β conform fig. 3.34 şi 3.35);

b — lăţimea danturii, în mm; atît la calculul roţii cît şi al pinionului se va lua în calcul lăţimea minimă, respectiv lăţimea roţii hipoide;

m_n — modulul normal al danturii;

α_n — unghiul de angrenare nominal în secţiune normală a danturii;

y — coeficientul de formă al dintelui calculat cu relaţia $y = k_y y'$.

Întrucît roata şi pinionul hipoid sînt roţi conice, forma dintelui se aproximează prin metoda roţilor cilindrice de înlocuire.

Dantura conică curbă se poate aproxima cu o dantură cilindrică cu dinţi înclinaţi, ca în fig. 3.37.

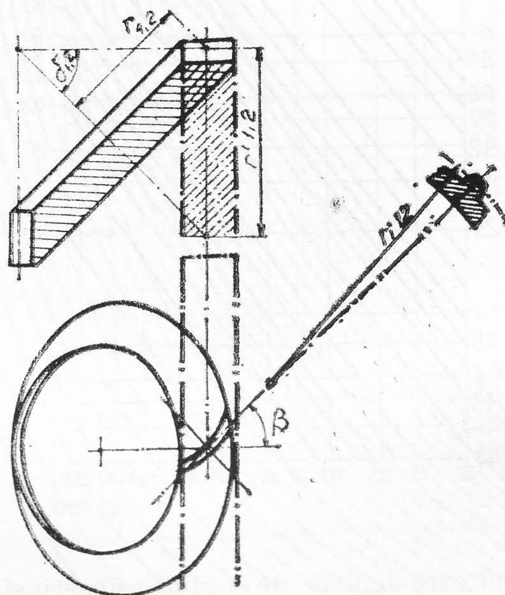


Fig. 3.37

În acest caz forma dintelui în secţiune normală corespunde numărului de dinţi ideal al angrenajului cilindric cu dinţi înclinaţi de înlocuire şi se calculează cu formulele:

$z_1' = z_1/\cos^3\beta_1 \cos\delta_1$, la pinion, şi $z_2' = z_2/\cos^3\beta_2 \cos\delta_2$, la roată.

Coeficientul de formă al dintelui y' se determină din fig. 3.38 pentru numărul de dinţi z_1' sau z_2' şi pentru diverse deplasări ale profilului, exprimate prin coeficientul de deplasare x_1 sau x_2.

Prin coeficientul de formă al dintelui $y = k_y \cdot y'$, unde $k_y = 2{,}25 m_n/h$, se ține seama de faptul că dintele este, în majoritatea cazurilor, scurtat. În această formulă $h = h_a + h_f$, conf. tabel3.8, pct. 4, 5, 6 și 7.

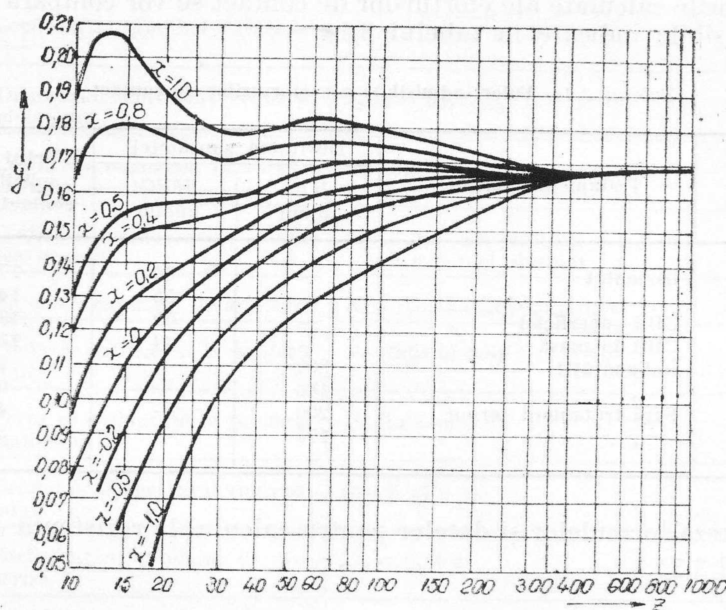


Fig. 3.38

Calculul solicitării de contact pe flancul dinților. Efortul la solicitarea de contact se va calcula pentru angrenajul hipoid cu relația

$$\sigma_g = 6050 \frac{\cos \beta_2}{k} \sqrt{\frac{P_2\left(\text{ctg } \delta_2 + \frac{\text{ctg } \delta_1}{k}\right)}{R_2 b_0 \sin \alpha_n \cos \alpha_n}} \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}\right], \qquad (3.121)$$

în care

β_2 este unghiul de înclinare al dintelui roții în punctul mediu al danturii;

k — coeficientul de mărire al dimensiunilor pinionului;

P_2 — forța ce acționează la periferia roții, în daN;

δ_2 — unghiul la vîrful conului de referință al roții;

δ_1 — unghiul la vîrful conului de referință al pinionului;

R_2 — lungimea generatoarei medii a conului de referință al roții, în mm;

b_0 — coeficient ce se determină în funcție de lățimea roții și de gradul de acoperire după cum urmează: $b_0 = 2\, b_2 \varepsilon_\alpha \sqrt{\varepsilon - 1}/\varepsilon^2$, pentru $\varepsilon < 2$, și $b_0 = b_2 \varepsilon_\alpha/\varepsilon$, pentru $\varepsilon > 2$.

b_2 — lățimea danturii roții, în mm;

ε — grad de acoperire: $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_\alpha^2 + \varepsilon_\beta^2}$, unde ε_α și ε_β se determină ca și în cazurile precedente.

Caracteristica mecanică principală a materialului care determină rezistența la eforturile de contact este duritatea suprafețelor active ale danturii.

Valorile calculate ale eforturilor de contact se vor compara cu valorile admisibile indicate în tabelul 3.14.

Tabelul 3.14. **Valori admisibile ale eforturilor de contact**

Materialul	Tratamentul termic	Duritatea suprafeței *HB* minim	*HRC* minim	Efortul admis la solicitarea de contact, daN/cm²
Oțel	Cementat	—	60	17500
,,	,,	—	55	14000
,,	Călit superficial	—	50	13300
,,	Călit în masă	—	44	13000
,,	Îmbunătățit	300	—	9500
,,	,,	180	—	6600
Fontă	Fără tratament termic	200	—	4500
,,	,,	175	—	3500

Sinteza formulelor și datelor pentru calculul la rezistență este dată în tabelul 3.15.

Tabelul 3.15. **Sinteza relațiilor de calcul pentru verificarea la rezistență a angrenajului hipoid**

Nr. crt.	Elementul de calculat	Formula de calcul
0	1	2
1	Lățimea danturii roții hipoide	b_2 (tabelul 3.8)
2	Coeficientul materialului și al tratamentului termic	C_m (tabelul 3.13)
3	Unghiul de înclinare al danturii roții în punctul mediu	β_2 (tabelul 3.6)
4	Unghiul de înclinare al danturii pinionului în punctul mediu	β_1 (tabelul 3.6)
5	Unghiul mediu de înclinare al danturii	$\beta_{med} = 0{,}5(\beta_1 + \beta_2)$
6	Modulul frontal exterior al danturii roții	$m_{te2} = (m_n/\cos\beta_2)\cdot(R_{e2}/R_2)$
7	Raportul lățime dantură modul frontal exterior	$k_b = b_2/m_{te2}$
8	Gradul de acoperire prin înaintarea flancului	ε_β (fig. 3.35)
9	Gradul de acoperire prin angrenarea profilelor	ε_α (fig. 3.34)

0	1	2
10	Coeficientul gradului de acoperire	$C_\varepsilon = \sqrt{0,4(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta)}$
11	Diametrul echivalent redus al pinionului	$d_{1red} = d_{a2}\, z_1/z_2$
12	Coeficient depinzînd de turația și dimensiunile pinionului	C_n (fig. 3.36)
13	Coeficient caracterizînd calitatea ungerii	C_0 1 — ulei aditivat 0,6 — ulei obișnuit
14	Puterea transmisă de angrenaj	$N = 0,03\, b_2 C_m C_\varepsilon C_n C_0$ [kW]
15	Forța ce acționează la periferia roții	P_2 (tabelul 3.6)
16	Forța ce acționează la periferia pinionului	P_1 (tabelul 3.6)
17	Gradul de acoperire al angrenajului	$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_\alpha^2 + \varepsilon_\beta^2}$
18	Coeficient al gradului de acoperire	$\lambda_{\varepsilon s} = 0,65\, \varepsilon$
19	Modulul normal al angrenajului hipoid	m_n (tabelul 3.8)
20	Unghiul de angrenare nominal în secțiunea normală a danturii	α_n (datele inițiale)
21	Numărul ideal de dinți al roții cilindrice de înlocuire a roții	$z_2' = z_2/\cos^3\beta_2 \cos\delta_2$
22	Numărul ideal de dinți al roții cilindrice de înlocuire a pinionului	$z_1' = z_1/\cos^3\beta_1 \cos\delta_1$
23	Coeficientul de formă al danturii cilindrice de înlocuire pinion	y_1' (fig. 3.38)
24	Coeficientul de formă al danturii cilindrice de înlocuire roată	y_2' (fig. 3.38)
25	Înălțimea capului dintelui la roată	h_{a2} (tabelul 3.8)
26	Înălțimea piciorului dintelui la roată	h_{f2} (tabelul 3.8)
27	Înălțimea dintelui la roată	$h = h_{a2} + h_{f2}$
28	Înălțimea capului dintelui la pinion	h_{a1} (tabelul 3.8)
29	Înălțimea piciorului dintelui la pinion	h_{f1} (tabelul 3.8)

Caracteristica mecanică principală a materialului care determină rezistența la eforturile de contact este duritatea suprafețelor active ale danturii.

Valorile calculate ale eforturilor de contact se vor compara cu valorile admisibile indicate în tabelul 3.14.

Tabelul 3.14. **Valori admisibile ale eforturilor de contact**

Materialul	Tratamentul termic	Duritatea suprafeței HB minim	HRC minim	Efortul admis la solicitarea de contact, daN/cm²
Oțel	Cementat	—	60	17500
„	„	—	55	14000
„	Călit superficial	—	50	13300
„	Călit în masă	—	44	13000
„	Îmbunătățit	300	—	9500
„	„	180	—	6600
Fontă	Fără tratament termic	200	—	4500
„	„	175	—	3500

Sinteza formulelor și datelor pentru calculul la rezistență este dată în tabelul 3.15.

Tabelul 3.15. **Sinteza relațiilor de calcul pentru verificarea la rezistență a angrenajului hipoid**

Nr. crt.	Elementul de calculat	Formula de calcul
0	1	2
1	Lățimea danturii roții hipoide	b_2 (tabelul 3.8)
2	Coeficientul materialului și al tratamentului termic	C_m (tabelul 3.13)
3	Unghiul de înclinare al danturii roții în punctul mediu	β_2 (tabelul 3.6)
4	Unghiul de înclinare al danturii pinionului în punctul mediu	β_1 (tabelul 3.6)
5	Unghiul mediu de înclinare al danturii	$\beta_{med} = 0{,}5(\beta_1 + \beta_2)$
6	Modulul frontal exterior al danturii roții	$m_{te2} = (m_n/\cos\beta_2) \cdot (R_{e2}/R_2)$
7	Raportul lățime dantură modul frontal exterior	$k_b = b_2/m_{te2}$
8	Gradul de acoperire prin înaintarea flancului	ε_β (fig. 3.35)
9	Gradul de acoperire prin angrenarea profilelor	ε_α (fig. 3.34)

0	1	2
30	Înălțimea dintelui la pinion	$h = h_{a_1} + h_{f_1}$
31	Coeficientul de scurtare al dintelui	$k_y = 2{,}25\ m_n/h$
32	Coeficientul de formă al dintelui roții	$y_2 = k_y \cdot y_2'$
33	Coeficientul de formă al dintelui pinion	$y_1 = k_y \cdot y_1'$
34	Efortul de încovoiere la baza dintelui roții	$\sigma_{i2} = \dfrac{100\ P_2 \cos^2 \beta_2 k_p}{\lambda_{\varepsilon s} \pi y_2 b_2 m_n \cos \alpha_n} \left[\dfrac{\text{daN}}{\text{cm}^2}\right]$
35	Efortul de încovoiere la baza dintelui pinionului	$\sigma_{i1} = \dfrac{100\ P_1 \cos^2 \beta_1 k_p}{\lambda_{\varepsilon s} \pi y_1 b_2 m_n \cos \alpha_n} \left[\dfrac{\text{daN}}{\text{cm}^2}\right]$
36	Coeficientul de creștere al dimensiunilor pinionului	k (datele inițiale)
37	Coeficient dependent de gradul de acoperire și lățimea danturii	$b_0 = 2b_2 \varepsilon_\chi \sqrt{\varepsilon - 1}/\varepsilon^2$, pentru $\varepsilon < 2$ $b_0 = b_2 \varepsilon_\chi/\varepsilon$, pentru $\varepsilon > 2$
38	Efortul la solicitarea de contact	$\sigma_g = 6050 \dfrac{\cos \beta_2}{k} \sqrt{\dfrac{P_2\left(\operatorname{ctg} \delta_2 + \dfrac{\operatorname{ctg} \delta_1}{k}\right)}{R_2 b_0 \sin \alpha_n \cos \alpha_n}}$ [daN/cm²]

3.10. Exemplu de calcul al angrenajului hipoid

3.10.1. Calcule pentru dimensionarea angrenajului

Angrenaj hipoid cu dantură în arc de cerc cu înălțimea dintelui constantă.

Elemente cunoscute inițial :

— unghiul între axe $\Sigma = 90°$;
— numărul de dinți al pinionului $z_1 = 9$;
— numărul de dinți al roții $z_2 = 90$;
— raza medie a roții hipoide $r_2 = 226$;
— deplasarea axelor $a = 76{,}5$;
— unghiul de angrenare $\alpha_n = 20°$;
— cuplul rezistent la roată $M_r = 140\,000$ daNmm.

Elemente determinate în funcție de datele inițiale :

— raportul de transmitere $i = z_2/z_1 = 90/9 = 10$;
— raportul $a/r_2 = 76{,}5/226 = 0{,}339$, $0{,}339 < 0{,}5$, vezi tabel 3.3 ;

— la prima rulare a programului de calcul se determină variantele angrenajului pentru $k = 1,3$; $1,35$; $1,4$; $1,45$ și $1,5$, conform tabelului 3.4 și tabelului 3.6, etapa I-a de calcul;
— unghiul la vîrful conului de divizare se admite, la roată, din grad în grad, de la $\delta_{2min} = 65°$ la $\delta_{2max} = 82°$, vezi tabelul 3.5;
— după sensul de rotație în ansamblu și sensul de înclinare a danturii (stînga la pinion și dreapta la roată), forțele se vor determina conform fig. 3.17 și tabelului 3.7, utilizînd grupa I-a de formule;
— se precizează că la mașina de danturat există cuțite simetrice ($N = 0$) cu unghiul de presiune $\alpha_n = 20°$ și capete portcuțite cu diametrele $D_{CPC} = 6''$; $9''$; $12''$;
— varianta de calcul selecționată este prezentată în tabelele 3.16; 3.17; 3.18 și 3.19.

Tabelul 3.16. **Variantă de calcul pentru $k = 1.35$**

Raza medie a roții $r_2 = 226$ mm. Raza medie a pinionului $r_1 = 30,51$ mm.

δ_2	ε	η	δ_1	μ	β_2	β_1
grade	grade	grade	grade	grade	grade	grade
73,000	18,97033	5,67579	16,05096	19,77122	30,63269	50,40392
74,000	19,01893	5,33849	15,10511	19,72724	30,71897	50,44622
75,000	19,06731	5,00254	14,15933	19,68899	30,79415	50,48314
76,000	19,11547	4,66775	13,21363	19,65640	30,85829	50,51469
77,000	19,16347	4,33393	12,26807	19,62946	30,91139	50,54085
78,000	19,21133	4,00089	11,32263	19,60810	30,95351	50,56161
79,000	19,25908	3,66847	10,37738	19,59232	30,98469	50,57700
80,000	19,30673	3,33647	9,43234	19,58207	31,00492	50,58700
81,000	19,35435	3,00470	8,48752	19,57735	31,01424	50,59161
82,000	19,40193	2,67301	7,54298	19,57817	31,01264	50,59081
R_1	R_2	U_2	U_1	$\Delta\alpha$	ρ	
mm	mm	mm	mm	grade	mm	
110,347	236,326	30,360	213,725	−2,51791	56,027	
117,080	235,108	30,378	213,663	−2,00616	62,708	
124,724	233,972	30,394	213,601	−1,49220	71,289	
133,47[illegible]	232,919	30,409	213,538	−0,97629	82,697	
143,586	231,945	30,423	213,476	−0,45869	98,581	
155,399	231,049	30,436	213,414	0,06034	122,186	
169,377	230,230	30,447	213,352	0,58053	160,897	
186,170	229,486	30,458	213,290	1,10163	235,894	
206,716	228,817	30,468	213,228	1,62340	442,802	
232,422	228,221	30,477	213,168	2,14556	3638,525	

Analizînd rezultatele calculelor se stabilesc următoarele:

1. Domeniul care prezintă interes este $\Delta\alpha = 0$, dată fiind existența cuțitelor simetrice la mașina de danturat.

2. La creșterea coeficientului k, crește mult unghiul de înclinare a danturii pinionului β_1. Se admite $\beta_1 \approx 50°$ (vezi cap. 3.5), ceea ce localizează mărimea coeficientului k intre valorile 1,35 și 1,4, conform tabelelor 3.16 și 3.17.

3. Capul portcuțite, conform tabelelor 3.16 și 3.17, este necesar să realizeze raza de curbură $\rho = 122{,}188\ldots173{,}470$. Aceste valori corespund unui cap portcuțite cu diametrul nominal $D_{CPC} = 12''$, respectiv $r_{CPC} = 152{,}4$.

Conform celor indicate anterior, deoarece $i > 3$, raza roții plane poate fi chiar lungimea generatoarei medii a roții hipoide, respectiv $r_0 = R_2$, prelucrarea roții făcîndu-se deci fără deplasare hipoidă. Ținem seama de relația $0{,}7r_0 < r_{CPC} < 1{,}5r_0$ (cap. 3.7). Deoarece $R_2 = 231{,}049\ldots$ $\ldots230{,}23$, conform tabelelor 3.16 și 3.17 este necesar un cap portcuțite de rază $0{,}7 \cdot 231 < r_{CPC} < 1{,}5 \cdot 231$, respectiv $162 < r_{CPC} < 348$. Se vede din tabelele de calcule 3.16 și 3.17 că raza de curbură calculată ($\rho = 122{,}188\ldots173{,}470$) este cuprinsă parțial în acest domeniu.

Întrucît la mașina de danturat nu se dispune de un cap portcuțite mai mare de 12″, soluția este folosirea acestuia. Se vede că admițînd $k = 1{,}37$ (tabelul 3.18), rezultă, la $\Delta\alpha \approx 0{,}4°$, o rază de curbură $\rho \approx 152$, adică raza nominală a capului portcuțite cu diametrul de 12″, la un unghi de înclinare a danturii pinionului $\beta_1 \approx 52°$. Acest $k = 1{,}37$ este convenabil și din punct de vedere al forțelor ce acționează în angrenaj, valori mari pentru k ducînd la creșterea forțelor.

Efectuăm o nouă rulare pentru $k = 1{,}37$ la un domeniu $\delta_2 = 78{,}65°$ $\delta_2 = 78{,}90°$ din 0,01° în 0,01°.

Rezultă din tabelul 3.19 că pentru $\delta_2 = 78{,}73°$ avem raza de curbură $\rho = 152{,}39 = r_{CPC}$, $\Delta\alpha = 0{,}42621° = 0°25'34''$ și un unghi de înclinare a danturii pinionului $\beta_1 = 51{,}91981° = 51°55'11''$.

În raport cu relația $162 < r_{CPC} < 348$ se constată că sîntem în oarecare măsură sub limita recomandată, respectiv $r_{CPC}/r_0 = 152{,}4/230{,}44 = 0{,}65$.

Diferența fiind mică (0,65 față de 0,7) nu constituie un impediment conform celor specificate anterior.

Pentru etapa II-a de calcul, datele inițiale stabilite prin calculul anterior sînt:

$z_1 = 9$; $\varepsilon = 19{,}23843°$; $\alpha_n = 20°$; $R_1 = 167{,}799$; $R_2 = 230{,}444$; $r_1 = 30{,}962$; $\beta_1 = 51{,}91981°$; $\delta_1 = 10{,}63307°$; $\delta_2 = 78{,}73°$; $U_1 = 213{,}379$;

$$U_2 = 30{,}895.$$

În continuare se stabilesc următoarele:
- raportul lățime roată, lungime generatoare medie $k_b = 0{,}247$;
- creșterea lungimii capului pinionului $\Delta b = 5{,}759$;
- coeficientul înălțimii capului dintelui $f_a = 0{,}8$;
  (în cazul de față s-a ales $f_a = 0{,}8$ în loc de 0,7, după cum rezultă din tabelul 3.1, comparînd cu un angrenaj existent; de asemenea și celelalte valori kb, Δb de ex. au fost alese pe același criteriu);
- coeficientul deplasării profilului $x_r = 0{,}5$;
- coeficientul jocului la piciorul danturii $c_n' = 0{,}25$;
- distanța de la planul cercului mediu de referință la baza de așezare a roții $H_2 = 32$;
- distanța de la planul cercului mediu de divizare la baza de așezare a pinionului $H_1 = 50$.

Rezultatele calculelor din etapa II-a sînt redate în tabelul 3.20. Angrenajul hipoid calculat este prezentat în fig. 3.39.

Tabelul 3.20 (continuare)

0	1	2
16	Distanța de la suprafața de așezare roată la vîrful interior al danturii $N_2 = 27{,}678 + 57 \cos 78{,}73°$	$N_2 = 38{,}8$
17	Distanța de la suprafața de așezare pinion la vîrful interior al danturii $N_1 = 17{,}5 + 66 \cos 10{,}63307°$	$N_1 = 82{,}3$
18	Grosime dinte pe coarda constantă în punctul mediu în secțiune normală la roată $s_{nc2} = 4{,}243610(1{,}57 \cdot \cos^2 20° - 0{,}5 \sin 2 \cdot 20°)$	$s_{nc2} = 4{,}522$
19	Înălțimea la coarda constantă la dinte roată $h_{c2} = 1{,}273082 - 0{,}5 \cdot 4{,}522 \operatorname{tg} 20°$	$h_{c2} = 0{,}45$
20	Grosime dinte pe coarda constantă în punctul mediu în secțiune normală pinion $s_{nc1} = 4{,}24361(1{,}57 \cdot \cos^2 20° + 0{,}5 \sin 2 \cdot 20°)$	$s_{nc1} = 7{,}249$
21	Înălțimea la coarda constantă la dinte pinion $h_{c1} = 5{,}516692 - 0{,}5 \cdot 7{,}249959 \operatorname{tg} 20°$	$h_{c1} = 4{,}197$

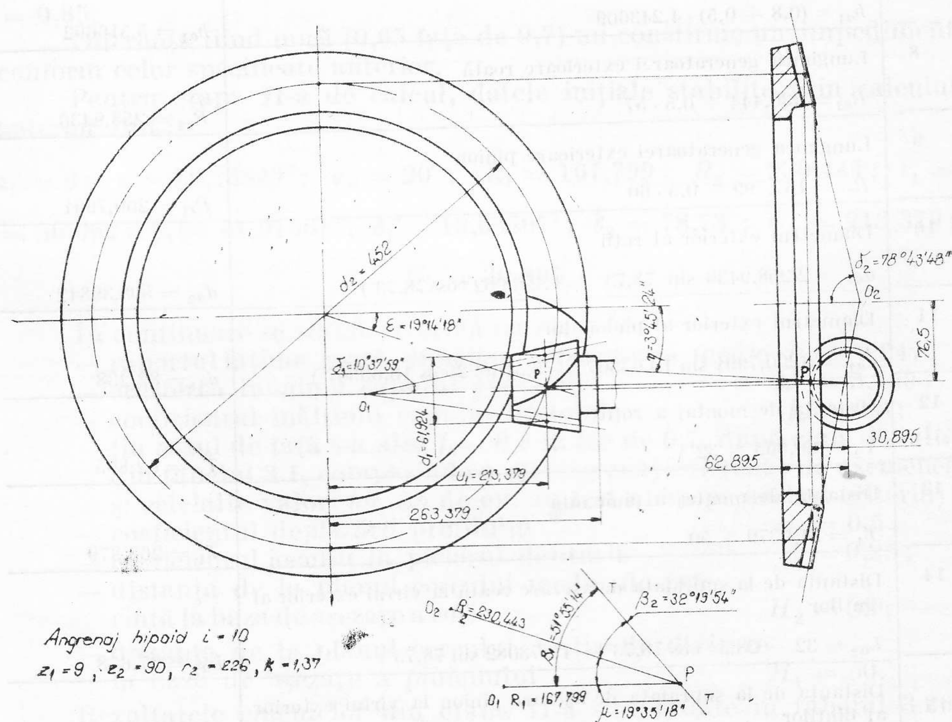


Fig. 3.39

Tabelul 3.21. **Exemplu de calcul pentru verificarea la rezistență a angrenajului hipoid**

Nr. crt.	Denumirea elementului de calculat Formula de calcul	Valoarea
0	1	2
1	Lățimea danturii roții hipoide	$b_2 = 57$
2	Coeficientul materialului și al tratamentului termic	$C_m = 1{,}33$
3	Unghiul de înclinare al danturii roții în punctul mediu	$\beta_2 = 32{,}33167°$
4	Unghiul de înclinare al danturii pinionului în punctul mediu	$\beta_1 = 51{,}91981°$
5	Unghiul mediu de înclinare a danturii $\beta_{med} = 0{,}5(51{,}91981° + 32{,}33167°)$	$\beta_{med} = 42{,}12574°$
6	Modulul frontal exterior al danturii roții $m_{te_2} = (4{,}243609/\cos 32{,}33167°) \cdot (258{,}9436/230{,}444)$	$m_{te_2} = 5{,}64333$
7	Raportul lățime dantură modul frontal exterior $k_b = 57/5{,}64333$	$k_b = 10{,}1$
8	Gradul de acoperire prin angrenarea profilelor ε_α	$\varepsilon_\alpha = 1{,}075$
9	Gradul de acoperire prin înaintarea flancului ε_β	$\varepsilon_\beta = 3$
10	Coeficientul gradului de acoperire $C_\varepsilon = \sqrt{0{,}4(1{,}075 + 3)}$	$C_\varepsilon = 1{,}276$
11	Diametrul echivalent redus al pinionului $d_{1\,red} = 508{,}39842 \cdot 9/90$	$d_{1\,red} = 50{,}84$
12	Coeficientul depinzînd de turația și dimensiunile pinionului $n_1 = 200$ rot/min	$C_n = 3$
13	Coeficient caracterizînd calitatea ungerii 1) ulei aditivat; 2) ulei neaditivat	1) $C_0 = 1{,}0$ 2) $C_0 = 0{,}6$
14	Puterea transmisă de angrenaj, în kW, în funcție de calitatea ungerii $N_1 = 0{,}03 \cdot 57 \cdot 1{,}33 \cdot 1{,}276 \cdot 3 \cdot 1$ $N_2 = 0{,}03 \cdot 57 \cdot 1{,}33 \cdot 1{,}276 \cdot 3 \cdot 0{,}6$	$N_1 = 8{,}7$ kW $N_2 = 5{,}2$ kW
15	Forța ce acționează la periferia roții	$P_2 = 619{,}47$
16	Forța ce acționează la periferia pinionului	$P_1 = 452{,}17$
17	Gradul de acoperire al angrenajului $\varepsilon = \sqrt{1{,}075^2 + 3^2}$	$\varepsilon = 3{,}186$
18	Coeficient al gradului de acoperire $\lambda_{\varepsilon s} = 0{,}65 \cdot 3{,}186$	$\lambda_{\varepsilon s} = 2{,}07$
19	Modulul normal al angrenajului hipoid	$m_n = 4{,}2436$
20	Unghiul de angrenare nominal în secțiunea normală a danturii	$\alpha_n = 20°$

0	1	2
21	Numărul ideal de dinţi al roţii cilindrice de înlocuire a roţii conice hipoide	
	$z_2' = 90/\cos^3 32{,}33167° \cdot \cos 78{,}73°$	$z_2' = 763{,}357$
22	Numărul ideal de dinţi al roţii cilindrice de înlocuire al pinionului conic hipoid	
	$z_1' = 9/\cos^3 51{,}91981° \cdot \cos 10{,}63307°$	$z_1' = 39{,}03$
23	Coeficientul de formă al danturii cilindrice de înlocuire la pinion	$y_1' = 0{,}16$
24	Coeficientul de formă al danturii cilindrice de înlocuire la roată	$y_2 = 0{,}168$
25	Înălţimea capului dintelui la roată	$h_{a2} = 1{,}273$
26	Înălţimea piciorului dintelui la roată	$h_{f2} = 6{,}577$
27	Înălţimea dintelui la roată $h = 1{,}273 + 6{,}577$	$h = 7{,}85$
28	Înălţimea capului dintelui la pinion	$h_{a1} = 5{,}516$
29	Înălţimea piciorului dintelui la pinion	$h_{f1} = 2{,}333$
30	Înălţimea dintelui la pinion $h = 5{,}516 + 2{,}333$	$h = 7{,}849$
31	Coeficientul de scurtare al dintelui $k_y = 2{,}25 \cdot 4{,}243/7{,}85$	$k_y = 1{,}21$
32	Coeficientul de formă al dintelui roţii $y_2 = 1{,}21 \cdot 0{,}168$	$y_2 = 0{,}2$
33	Coeficientul de formă al dintelui pinion $y_1 = 1{,}21 \cdot 0{,}16$	$y_1 = 0{,}19$
34	Efortul de încovoiere la baza dintelui roţii $\sigma_{i2} = \dfrac{100 \cdot 619{,}47 \cdot \cos^2 32{,}33167° \cdot 1{,}5}{2{,}07 \cdot \pi \cdot 0{,}2 \cdot 57 \cdot 4{,}243 \cos 20°} \left[\dfrac{\text{daN}}{\text{cm}^2}\right]$	$\sigma_{i2} = 224$
35	Efortul de încovoiere la baza dintelui pinion $\sigma_{i1} = \dfrac{100 \cdot 452{,}17 \cos^2 51{,}9181 \cdot 1{,}5}{2{,}07 \cdot \pi \cdot 0{,}19 \cdot 57 \cdot 4{,}243 \cdot \cos 20°} \left[\dfrac{\text{daN}}{\text{cm}^2}\right]$	$\sigma_{i1} = 92$
36	Coeficientul de creştere al dimensiunilor pinionului	$k = 1{,}37$
37	Coeficientul b_0 $\varepsilon = 3{,}186 \quad \varepsilon > 2$ $b_0 = 57 \cdot 1{,}075/3{,}186$	$b_0 = 19{,}232$
38	Efortul la solicitarea de contact $\sigma_g = \dfrac{6050 \cdot \cos 32{,}33167°}{1{,}37} \sqrt{\dfrac{619{,}47 \left(\text{ctg } 78{,}73° + \dfrac{\text{ctg } 10{,}63307}{1{,}37}\right)}{230{,}44 \cdot 19{,}23 \sin 20° \cos 20°}}$	$\sigma_g = 4975{,}68$

Calculul de verificare a rezistenței angrenajului hipoid determinat conform calculelor din tabelele 3.19 și 3.20 și prezentat în fig. 3.39 este indicat în tabelul 3.21.

Analizînd aceste calcule se observă că în ceea ce privește materialul roților componente ale angrenajului s-a folosit oțel cementat cu duritate ridicată ($C_m = 1{,}33$).

În funcție de calitatea ungerii puterea posibil de transmis la același cuplu rezistent diferă foarte mult (pct. 14, tabelul 3.21), ceea ce indică influența mare a ungerii.

În cazul de față angrenajul prezentat face parte din componența unei mașini-unelte. Întrucît în această mașină uleiul de ungere este asigurat din circuitul acționării hidraulice, deci nu se folosește un ulei aditivat special pentru angrenaje hipoide, au fost admise în mod deliberat eforturile la solicitarea de contact mai mici (coeficienți de siguranță mai ridicați), asigurîndu-se în acest fel o funcționare normală.

3.10.2. Calcule pentru ilustrarea unor aspecte teoretice

În legătură cu angrenajul calculat este interesant de determinat randamentul acestui angrenaj hipoid, randament exprimat prin relația (3.60). Considerînd coeficientul de frecare între flancurile dinților $\mu = 0{,}1$ (oțel pe oțel uns) rezultă:

$$f = \mu/\cos \alpha_n = 0{,}1/\cos 20° = 0{,}106;$$

$$\eta = \frac{1 + f \operatorname{tg} \beta_2}{1 + f \operatorname{tg} \beta_1} = \frac{1 + 0{,}106 \operatorname{tg} 32{,}33167°}{1 + 0{,}106 \operatorname{tg} 51{,}91981°} = \frac{1{,}0673}{1{,}1351} = 0{,}94.$$

În cazul cînd roata este conducătoare și pinionul condus, randamentul se exprimă prin relația (3.61) din care rezultă:

$$\eta = \frac{1 - 0{,}106 \operatorname{tg} 51{,}91981°}{1 - 0{,}106 \operatorname{tg} 32{,}33167°} = \frac{0{,}8647165}{0{,}9329076} = 0{,}927.$$

Se vede că angrenajul hipoid normal este un angrenaj reversibil, avînd și în această situație un randament foarte bun.

Acest lucru este bine cunoscut întrucît se știe că un automobil poate fi pornit ușor prin împingere, caz în care roata angrenajului hipoid al diferențialului devine conducătoare.

Revenind la calculul geometric, se poate stabili ce diferență există între dimensiunile angrenajului hipoid (fig. 3.39) și dimensiunile angrenajului hiperboloidal echivalent (angrenaj avînd aceleași axe de rotație și care realizează același raport de transmitere).

Folosind în relațiile (3.2), (3.8) și (3.14) datele angrenajului hipoid ($a = 76{,}5$; $\Sigma = 90°$; $i = 10$), se poate scrie următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 76{,}5; \\ \beta_1 + \beta_2 = 90°; \\ (a_2/a_1) \cdot (\cos \beta_2/\cos \beta_1) = 10; \\ a_1/\operatorname{ctg} \beta_2 = a_2/\operatorname{ctg} \beta_1. \end{cases}$$

În cazul angrenajului hiperboloidal, unghiurile β_1 și β_2 reprezintă unghiurile de înclinare ale generatoarei de contact a hiperboloizilor axoide (v. fig. 3.1).

Întrucît, în cazul angrenajului hiperboloidal calculat, β_1 și β_2 sînt unghiuri complementare, rezultă că ultimele două ecuații pot fi scrise sub forma :

$$(a_2/a_1)\ (\sin\beta_1/\cos\beta_1) = (a_2/a_1)\mathrm{tg}\,\beta_1 = 10.$$

$$a_1 \mathrm{tg}\,\beta_2 = a_2\ \mathrm{tg}\,\beta_1 = a_1(1/\mathrm{tg}\,\beta_1) \text{ respectiv } a_2/a_1 = 1/\mathrm{tg}^2\beta_1.$$

Din aceste relații rezultă $\mathrm{tg}\,\beta_1 = 1/10$, $\beta_1 = 5{,}710593°$ și $\beta_2 = 84{,}289407°$, iar $a_2/a_1 = 1/\mathrm{tg}^2\,\beta_1 = 100$.

Sistemul inițial, de ecuații, devine :

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 76{,}5\,; \\ a_2/a_1 = 100. \end{cases}$$

Rezolvînd sistemul rezultă : $a_1 = 0{,}7574257$ și $a_2 = 75{,}742574$.

Transpunînd aceste rezultate în fig. 3.40 avem următoarea situație :

Dreptele I și II reprezintă axele angrenajului hiperboloidal.

Distanța $\overline{C_2C_1}$ reprezintă distanța minimă între axe $a = 76{,}5$, respectiv $\overline{C_1O'} = a_1 = 0{,}7574257$ și $\overline{C_2O'} = a_2 = 75{,}742574$.

Prin punctul O' trece dreapta Δ reprezentînd axa instantanee de rotație, respectiv generatoarea de contact a hiperboloizilor axoide a mișcării, deci locul geometric al polului angrenării.

Această dreaptă se proiectează pe planul axei I sub forma dreptei $\overline{C_1P'_h}$, înclinată față de axa I cu unghiul β_1.

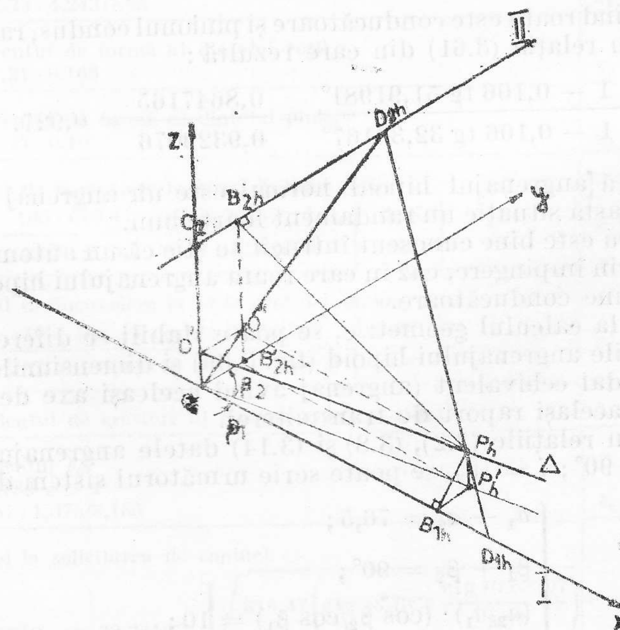


Fig. 3.40

Raza hiperboloidului, de pe axa I, într-un punct oarecare P_h este $\overline{B_{1h}P_h}$, segment perpendicular pe axa I.

Această rază se proiectează pe planul axei sub forma segmentului $\overline{B_{1h}P'_h}$, de asemeni perpendicular pe axa I.

Comparînd cu fig. 3.41 unde se reprezintă aceiaşi configuraţie pentru angrenajul hipoid, (v. şi fig. 3.8), se observă că punctul mediu de contact P_H al angrenajului hipoid se găseşte în planul perpendicular pe axa I la distanţa $\overline{C_1B_{1H}} = U_1 = 213{,}379$ (v. tabelul 3.19).

Considerînd în fig. 3.40 segmentul $\overline{C_1B_{1h}} = U_1 = 213{,}379$, deci planul în care se ia în considerare angrenajul hiperboloidal, se poate determina diferenţa între raza hiperboloidului pinion şi raza suprafeţei conice de referinţă a pinionului hipoid.

Din fig. 3.40 se poate scrie:

$$\overline{C_1B_{1h}}\ \mathrm{tg}\ \beta_1 = \overline{B_{1h}P'_h}\ \text{de unde}\ \overline{B_{1h}P'_h} = 213{,}379\ (1/10) = 21{,}3379.$$

Deoarece $\overline{P_hP'_h} = \overline{C_1O'} = a_1 = 0{,}7574257$ se poate determina raza hiperboloidului $r_{1h} = \overline{B_{1h}P_h}$ în punctul respectiv: $r_{1h} = \sqrt{P'_hB^2_{1h} + P'_hP^2_h} = \sqrt{21{,}3379^2 + 0{,}7574257^2} = 21{,}351338$.

Comparînd cu raza pinionului hipoid în punctul mediu de contact $r_{1H} = 30{,}962$ (tabelul 3.19) se vede că polul angrenării are distanţa la axa I $r_{1h} = 21{,}351338$, deci angrenajul hipoid este un angrenaj extrapolar.

În ce priveşte raza roţii hiperboloidale, în fig. 3.40, aceasta este $r_{2h} = \overline{B_{2h}P_h}$, segmentul $\overline{B_{2h}P_h}$ fiind perpendicular pe axa II.

Proiecţia sa pe planul axei I este segmentul $\overline{B'_{2h}P'_h}$, paralel şi egal cu segmentul $\overline{C_1B_{1h}}$.

Mărimea razei hiperboloidului în punctul P va fi:

$$r_{2h} = \sqrt{O'P^2_h + O''B^2_{2h}} = \sqrt{213{,}379^2 + 75{,}742574^2} = 226{,}423.$$

Mărimea acestei roţi este comparabilă cu a roţii hipoide, extrapolaritatea angrenajului hipoid fiind determinată, în principal, de creşterea dimensiunilor pinionului, respectiv de mărimea coeficientului k.

Aceste suprafeţe hiperboloidale, avînd în punctul P_h razele $r_{1h} = 21{,}351338$ şi $r_{2h} = 226{,}423$, sînt şi suprafeţe de rostogolire ale angrenajului hipoid.

Precizăm că punctele avînd legătură cu suprafeţele hiperboloidale au fost marcate cu indicele h, iar cele avînd legătură cu suprafeţele conice de referinţă ale angrenajului hipoid, cu indicele H.

În fig. 3.40 stabilim sistemul de axe de coordonate xyz avînd originea în punctul C_1.

Coordonatele diverselor puncte vor fi notate:

$x_{Ph} = 213{,}379$, $y_{Ph} = 21{,}3379$, $z_{Ph} = 0{,}7574257$, adică în notaţia curentă $P_h(213{,}379;\ 21{,}3379;\ 0{,}7574257)$ şi $O'\ (0;\ 0;\ 0{,}7574257)$.

Ecuaţia dreptei Δ care trece prin aceste două puncte va fi:

$$\frac{x - 0}{213{,}379 - 0} = \frac{y - 0}{21{,}3379 - 0} = \frac{z - 0{,}7574257}{0{,}7574257 - 0{,}7574257},\ \text{respectiv}$$

$$\frac{x}{213{,}379} = \frac{y}{21{,}3379} = \frac{z - 0{,}7574257}{0},$$

Observăm că axa II şi punctul P_h determină un plan Q_{II} iar axa I şi punctul P_h un alt plan Q_I.

Intersecţia acestor două plane este dreapta $\overline{D_{2h}D_{1h}}$ pe care se găseşte şi punctul P_h.

Planul Q_{II} conţine punctele C_2; B_{2h} şi P_h de coordonate:

$C_2(0\,;\,0\,;\,76{,}5)$, $B_{2h}(0\,;\,21{,}3379\,;\,76{,}5)$ şi $P_h(213{,}379\,;\,21{,}3379\,;\,0{,}7574257)$.

Ecuaţia planului Q_{II} va fi

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ 0 & 0 & 76{,}5 & 1 \\ 0 & 21{,}3379 & 76{,}5 & 1 \\ 213{,}379 & 21{,}3379 & 0{,}7574257 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Rezolvînd determinantul rezultă:

$$x + 2{,}8171605z - 215{,}51277 = 0$$

Planul Q_I conţine punctele C_1, B_{1h} şi P_h, de coordonate cunoscute:

$C_1(0\,;\,0\,;\,0)$, $B_{1h}(213{,}379\,;\,0\,;\,0)$ şi $P_h(213{,}379\,;\,21{,}3379\,;\,0{,}7574257)$.

Ecuaţia planului Q_I va fi

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 213{,}379 & 0 & 0 & 1 \\ 213{,}379 & 21{,}3379 & 0{,}7574257 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Efectuînd calculele rezultă:

$$y - 28{,}171608\,z = 0.$$

Din aceste două ecuaţii se pot determina coordonatele punctelor:

$$D_{2h}(0\,;\,y_{D2h}\,;\,76{,}5) \text{ şi } D_{1h}(x_{D1h}\,;\,0\,;\,0);$$

$$y_{D2h} = +\,28{,}171608 \cdot 76{,}5 = 2155{,}128\,;$$

$$x_{D1h} = 215{,}51277 - 2{,}8171605 \cdot 0 = 215{,}51277.$$

Cunoscînd coordonatele punctelor D_{2h} şi D_{1h}, se scrie ecuaţia dreptei $\overline{D_{2h}D_{1h}}$:

$$\frac{x-0}{215{,}51277-0} = \frac{y-2155{,}128}{0-2155{,}128} = \frac{z-76{,}5}{0-76{,}5}.$$

Această dreaptă rezultînd din intersecția planelor Q_I și Q_{II} s-a afirmat că este perpendiculară pe dreapta Δ (vezi capit. 3.3), fapt, ce permite verificarea corectitudinii calculelor efectuate.

Cunoscînd ecuațiile acestor două drepte,

$$\frac{x}{213,379} = \frac{y}{21,3379} = \frac{z - 0,7574257}{0} \quad (\Delta),$$

$$\frac{x}{215,51277} = \frac{y - 2155,128}{-2155,128} = \frac{z - 76,5}{-76,5} \quad (\overline{D_{2h}D_{1h}}),$$

condiția de perpendicularitate va fi :

$$213,379 \cdot 215,51277 + 21,3379\ (-2155,128) + 0\ (-76,5) = 0,$$

respectiv

$$2,13379 \cdot 2,1551277 \cdot 10^4 = 2,13379 \cdot 2,155128 \cdot 10^4,$$

deci relația care exprimă perpendicularitatea acestor două drepte este satisfăcută.

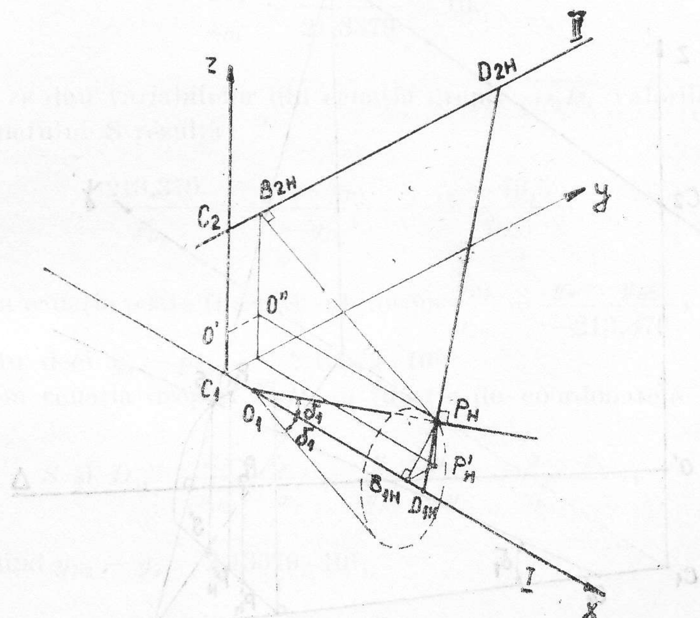


Fig. 3.41

Configurația geometrică determinată de angrenajul hipoid este reprezentată în fig. 3.41.

În această figură elementele cunoscute sînt :

distanța între axe $\overline{C_1C_2} = 76,5$;
distanța $\overline{C_1B_{1H}} = U_1 = 213,379$, (tabelul 3.19) ;
distanța $\overline{C_2B_{2H}} = U_2 = 30,895$, (tabelul 3.19) ;
raza pinionului hipoid $r_{1H} = \overline{B_1P_H} = 30,962$;
unghiul generatoarei conului de referință pinion $\delta_1 = 10,63307°$ (tab. 3.19).

Coordonatele punctului mediu de contact P_H ale angrenajului hipoid vor fi $P_H(213,379\,;\,30,895\,;\,z_{PH})$, unde $z_{PH} = \overline{P_h P'_H} = \sqrt{30,962^2 - 30,895^2} = 2,0356817$.

După cum s-a precizat anterior, dreapta Δ (fig. 3.40) este locul geometric al polului angrenării angrenajului hipoid.

Reprezentind aceste elemente (P_H, P_h și Δ) în fig. 3.42 se pune întrebarea care este axa cinematică (axa de simetrie a mișcării) a angrenajului hipoid în planul ce conține cercul mediu de referință al pinionului hipoid avînd raza $r_{1H} = 30,962$.

În cap. 3.3. s-a arătat că mulțimea dreptelor axe de simetrie a mișcării, considerate în diverse puncte de pe dreapta Δ, constituie o suprafață riglată torsionată ce conține axele I și II.

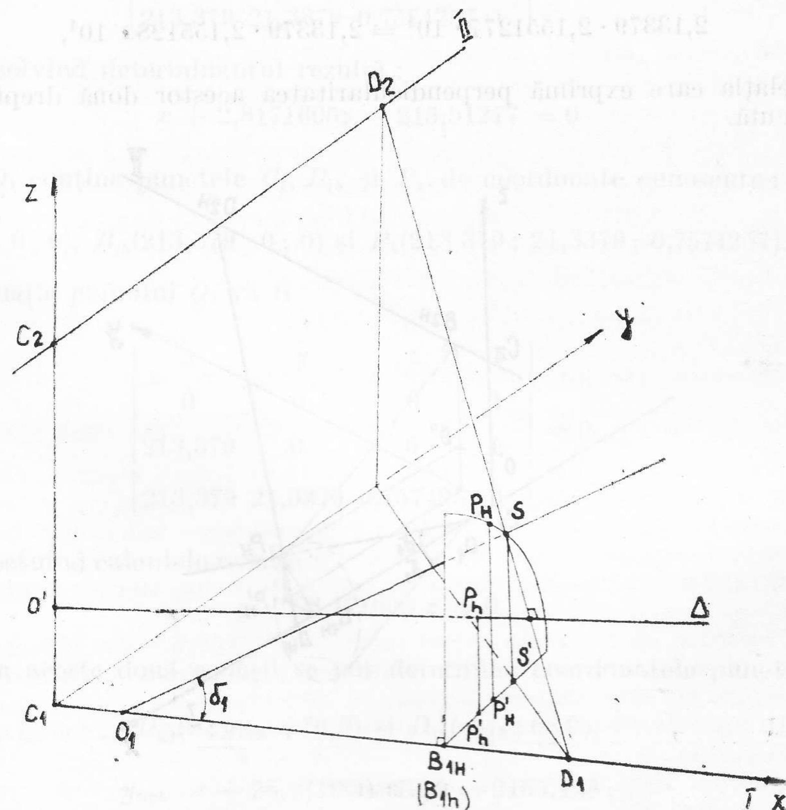


Fig. 3.42

Există una dintre aceste drepte D_1D_2 care înțeapă planul cercului mediu de referință al pinionului chiar pe cercul mediu de referință respectiv punctul $S(213,379\,;\,y_s\,;\,z_s)$.

Această dreaptă este admisă ca axă de simetrie a mișcării în angrenajul hipoid, respectiv axa cinematică.

Această dreaptă perpendiculară pe dreapta Δ intretaie axele I și II în punctele D_1 și D_2 din fig. 3.42.

Coordonatele punctelor D_2 și D_1 vor fi $D_2(0;\ y_{D2};\ 76{,}5)$ și $D_1(x_{D1};\ 0;\ 0)$.

Ecuația dreptei ce trece prin punctele D_2 și D_1 va fi

$$\frac{x - x_{D2}}{x_{D1} - x_{D2}} = \frac{y - y_{D2}}{0 - y_{D2}} = \frac{z - z_{D2}}{0 - z_{D2}} \quad (\overline{D_2D_1})$$

sau, inlocuind coordonatele cunoscute,

$$\frac{x - 0}{x_{D1} - 0} = \frac{y - y_{D2}}{0 - y_{D2}} = \frac{z - 76{,}5}{0 - 76{,}5} \quad (\overline{D_2D_1}).$$

Această dreaptă este perpendiculară pe dreapta Δ deci există relația $213{,}379\, x_{D1} - 21{,}3379\, y_{D2} = 0$ de unde rezultă,

$$\frac{y_{D2}}{x_{D1}} = \frac{213{,}379}{21{,}3379} = 10.$$

Dacă se dau variabilelor din ecuația dreptei $\overline{D_2D_1}$ valorile coordonatelor punctului S rezultă:

$$\frac{213{,}379}{x_{D1}} = \frac{y_s - y_{D2}}{-y_{D2}} = \frac{z_s - 76{,}5}{-76{,}5}.$$

Prima ecuație poate fi scrisă sub forma $\dfrac{y_{D2}}{x_{D1}} = \dfrac{y_s - y_{D2}}{-213{,}379}$, dar $y_{D2}/x_{D1} = 10$ deci $y_s - y_{D2} = -2{,}13379 \cdot 10^3$.

Scriem ecuația dreptei D_2D_1 în funcție de coordonatele punctelor

$$S \text{ și } D_2, \quad \frac{x - x_s}{x_{D2} - x_s} = \frac{y - y_s}{y_{D2} - y_s} = \frac{z - z_s}{z_{D2} - z_s},$$

sau inlocuind $y_{D2} - y_s = 2{,}13379 \cdot 10^3$,

$$\frac{x - 213{,}379}{0 - 213{,}379} = \frac{y - y_s}{2{,}13379 \cdot 10^3} = \frac{z - z_s}{76{,}5 - z_s}.$$

Dindu-se variabilelor din aceste ecuații valorile coordonatelor punctului D_1 rezultă:

$$\frac{x_{D1} - 213{,}379}{-213{,}379} = \frac{0 - y_s}{2{,}13379 \cdot 10^3} = \frac{0 - z_s}{76{,}5 - z_s},$$

de unde $-y_s(76{,}5 - z_s) = -2{,}13379 \cdot 10^3 z_s$.

Între coordonatele y_s și z_s mai există relația $y_s^2 + z_s^2 = 30{,}962^2$, unde 30,962 este raza cercului mediu de referință al pinionului hipoid (fig. 3.42).

Aceste două relații formează un sistem de două ecuații cu două necunoscute:

$$\begin{cases} -y_s(76{,}5 - z_s) = -2{,}13379 \cdot 10^3 z_s \\ y_s^2 + z_s^2 = 30{,}962^2 \end{cases}$$

Rezolvînd acest sistem rezultă ecuația,

$$y_s^4 + 4{,}2675939 \cdot 10^3 y_s^3 + 4{,}557962 \cdot 10^6 y_s^2 - 4{,}0911047 \cdot 10^6\, y_s -$$
$$- 4{,}3647761 \cdot 10^9 = 0.$$

Această ecuație de gradul IV are patru rădăcini din care două complexe, care nu interesează, și două reale:

$$y_{s1} = +30{,}94268 \text{ și } y_{s2} = -30{,}94152.$$

Evident valoarea care satisface cazul angrenajului hipoid este $y_s = +30{,}94268$ (vezi axele de coordonate în fig. 3.42).

Rezultă $z_s = \sqrt{30{,}962^2 - 30{,}94268^2} = 1{,}0936178$, respectiv coordonatele punctului $S(213{,}379\,;\, 30{,}94268\,;\, 1{,}0936178)$.

Luînd în considerare planul O_1SD_1 acesta este planul axei de simetrie a mișcării (simetrie cinematică), iar planul $O_1P_HD_1$, planul de simetrie al danturii pinionului hipoid, respectiv planul axei de simetrie geometrică în punctul considerat.

Aceste două plane care se intersectează după axa x sînt rotite unul față de altul, fiind distanțate pe cercul mediu de referință al pinionului hipoid cu arcul $\widehat{P_HS}$.

Mărimea acestui arc se poate stabili notînd unghiurile $\widehat{P_HB_1P'_H} = \gamma_H$ și $\widehat{SB_1S'} = \gamma_S$ de unde:

$30{,}962 \cos \gamma_H = 30{,}895$ respectiv $\gamma_H = 3{,}76994° = 6{,}5797866 \cdot 10^{-2}$ radiani,

$30{,}962 \cos \gamma_S = 30{,}94268$ și $\gamma_S = 2{,}02414° = 3{,}5327907 \cdot 10^{-2}$ radiani.

În continuare $\gamma_H - \gamma_S = 6{,}5797866 \cdot 10^{-2} - 3{,}5327907 \cdot 10^{-2} = 3{,}0469959 \cdot 10^{-2}$ rad. mărimea arcului $\widehat{P_HS}$ fiind $\widehat{P_HS} = 30{,}962 \cdot 3{,}0469959 \cdot 10^{-2} = 9{,}4341087 \cdot 10^{-1}$.

Fiind vorba de profilul danturii unei roți conice, raportarea acestor valori trebuie să fie făcută la raza roții de înlocuire.

Conform relației (2.6), raza roții de înlocuire a pinionului hipoid va fi $r'_{1H} = r_{1H}/\cos\delta_1 = 30{,}962/\cos 10{,}63307° = 31{,}502936.$

Dantura pinionului fiind o dantură curbă cu unghiul de înclinare $\beta_1 = 51,91981°$, (tabelul 3.19) se aproximează cu o dantură cilindrică cu dinți înclinați ca în fig. 3.37.

Raza ideală a danturii roții cilindrice de înlocuire va fi

$$r_{i1} = r'_{1H}/\cos^2\beta_1 = 31,502936/\cos^2 51,91981° = 82,815724.$$

Arcul $\widehat{P_H S}$ se găsește în planul $P_H B_1 P'_H$ care este plan frontal al danturii. În planul normal, în punctul P_H, arcului $\widehat{P_H S}$ îi corespunde arcul $(\widehat{P_H S})_n$:

$$(\widehat{P_H S})_n = \widehat{P_H S} \cos\beta_1 = 9,4341087 \cdot 10^{-1} \cos 51,91981° = 5,8186186 \cdot 10^{-1}.$$

În acest plan (planul normal pe dinte în punctul mediu de contact) se poate scrie relația $82,815724 \cdot \Delta\alpha_{rad} = 5,8186186 \cdot 10^{-1}$, de unde:

$$\Delta\alpha = 7,0259828 \cdot 10^{-3} \text{ radiani} = 0,40255915° = 0°24'09''.$$

Se găsește astfel unghiul care corespunde abaterii axei de simetrie a mișcării față de axa de simetrie a danturii și, comparînd cu unghiul $\Delta\alpha$ din tabelul 3.19, se poate constata corespondența acestor valori cu un grad de precizie suficient de ridicat. O oarecare abatere era de așteptat, date fiind cele două aproximații introduse, respectiv roata cilindrică de înlocuire și raza ideală a roții cilindrice de înlocuire.

În cazul cînd punctul P_H coincide cu punctul S, dantura rezultă simetrică față de axa mișcării, în caz contrar situația prezentîndu-se ca în fig. 3.11.

Spre deosebire însă de cazul prezentat în fig. 3.11, în cazul angrenajului hipoid dantura este în mod obișnuit simetrică față de raza cercului de referință, axa de simetrie a mișcării fiind cea care ocupă o poziție înclinată cu unghiul $\Delta\alpha$. Din această cauză dantura unui angrenaj hipoid are un aspect asimetric numai în cazul cînd se prelucrează dantura sa prin metoda cuțitelor asimetrice (vezi § 3.4).

Un alt aspect care necesită să fie subliniat îl constituie faptul că raza roții cilindrice de înlocuire a pinionului r'_{1H} nu este altceva decît segmentul $\overline{D_{1H} P_H}$, iar a roții r'_{2H}, segmentul $\overline{D_{2H} P_H}$ (fig. 3.41), punctele D_{1H} și D_{2H} fiind deci centrele a două roți cilindrice cu dinți înclinați ce pot constitui un angrenaj elicoidal de înlocuire a angrenajului hipoid.

Acest angrenaj elicoidal de înlocuire poate fi folosit pentru studiul profilului și formei danturii hipoide, în secțiunea considerată, în același fel ca și la angrenajul cilindric de înlocuire a angrenajului conic cu axe concurente.

3.11. Angrenaje hipoide de tip special

După cum s-a văzut din elementele teoretice privind transmiterea mişcării de rotaţie între axe încrucişate şi din posibilitatea substituirii angrenajului hiperboloidal prin corpuri dinţate avînd altă formă (cilindrice la angrenajul elicoidal sau conice la angrenajul hipoid) rezultă o deosebită flexibilitate în găsirea unor soluţii convenabile din punct de vedere practic.

Aceasta a dus la apariţia, în afara angrenajelor hipoide normale, a diferite tipuri de angrenaje cu axe încrucişate, numite, în general, angrenaje hipoide de tip special; hipoide deoarece şi ele corespund unor zone ale hiperboloizilor de rostogolire în afara zonei de stricţiune maximă şi de tip special deoarece necesită, în majoritatea cazurilor, metode de prelucrare diferite de cele aplicate la hipoide normale.

Dintre acestea cele mai răspîndite sînt angrenajele cunoscute sub denumirea comercială de angrenaje de tip Spiroid (fig. 3.43) şi angrenaje de tip Helicon (fig. 3.50).

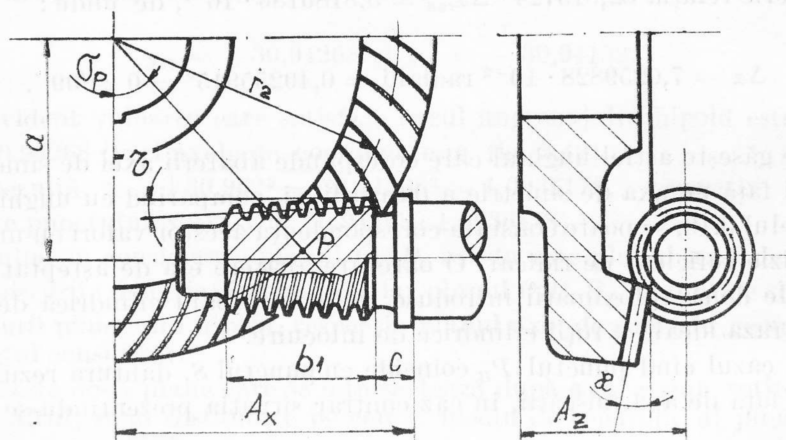


Fig. 3.43

Angrenajul Spiroid este un angrenaj hipoid la care atît pinionul cît şi roata au o formă conică, dantura de înălţime constantă şi distanţa între axe mai mare decît cea admisă la angrenaje hipoide normale. Întrucît pînă în prezent nu există denumiri standardizate pentru aceste tipuri de angrenaje, în cele ce urmează vom păstra denumirea lor comercială. Angrenajul Spiroid prin forma sa este un angrenaj intermediar între angrenajele hipoide şi angrenajele melcate, iar prin capacitatea sa de a transmite efort poate substitui angrenajele melcate.

Ca şi în cazul angrenajelor hipoide normale, unghiul între axe este de 90°.

Avantajele angrenajului Spiroid sînt: rapoarte mari de transmitere realizate într-o singură treaptă şi un număr mare de dinţi în contact, ceea ce duce la o formă compactă la rapoarte mari de transmitere. În mod uzual aceste angrenaje sînt utilizate pentru rapoarte de transmitere $10 \leq i \leq 110$, dar pot fi realizate şi pentru raporte de transmitere pînă la $i = 300$, cu unele măsuri suplimentare la execuţie.

Rapoartele mari de transmitere sînt posibile datorită micșorării numărului de dinți al pinionului pînă la $z_1 = 1$, adică pinionul devine un melc conic, în condițiile în care roata poate avea $z_2 = 30 \ldots 300$ dinți.

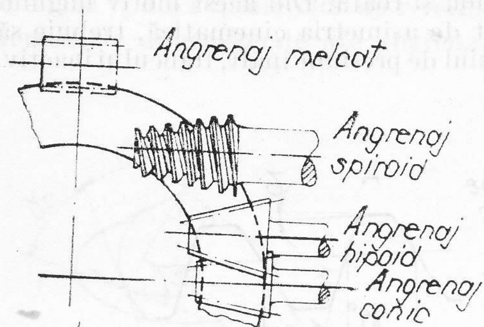


Fig. 3.44

Angrenajul Spiroid este un angrenaj hipoid, avînd parametri în afara parametrilor admiși la angrenajele hipoide normale. Evident, considerațiile teoretice privind suprafețele de rostogolire hiperboloidale și cele privind poziția reciprocă pinion-roată, în angrenajele hipoide, rămîn valabile acestea fiind efectuate în cazul general al transmiterii mișcării de rotație intre axe încrucișate indiferent de distanța intre axe. Ceea ce este specific angrenajelor hipoide de tip special sînt dimensiunile unghiulare prestabilite pentru corpul roților.

Din datele publicate în literatură [15] elementele geometrice de bază ale angrenajului Spiroid sînt :

1. Unghiul conurilor de referință δ_1 și δ_2.
Pinion $\tau = \delta_1$, Roata $\varkappa = 90° - \delta_2$.

$\tau = 5°$, $\varkappa = 8°$, valori preferate.

$\tau = 7°$, $\varkappa = 11°$,

$\tau = 10°$ $\varkappa = 14°$

2. Unghiul intre planul determinat de axa roții și segmentul de dreaptă reprezentind distanța minimă intre axe și planul determinat de axa roții și punctul mediu de contact P al suprafețelor de referință conice, unghi notat σ_p. Pentru acest unghi se admite în toate cazurile o valoare prestabilită, $\sigma_p = 40°$, fiind deci o valoare normalizată.

3. Unghiul de presiune al flancurilor dintelui pinionului, care este dependent de raportul de transmitere al angrenajului. Valorile sale sînt în primă aproximație următoarele :

Raport de transmitere :	Flancul cu unghi de presiune mic :	Flancul cu unghi de presiune mare :
$i \leqslant 16$	$\alpha' = 15°$	$\alpha'' = 35°$
$i > 16$	$\alpha' = 10°$	$\alpha'' = 30°$

Se remarcă din aceste date o pronunțată asimetrie a profilului danturii pinionului. Pinionul are două unghiuri de angrenare respectiv α' — unghi de angrenare mic și α'' — unghi de angrenare mare. Aceste unghiuri

țin cont de asimetria cinematică ce apare ca urmare a axelor încrucișate, dar valorile cu care se lucrează, la flancurile melcului, depășesc valorile determinate de asimetria cinematică. Acest lucru se face în scopul micșorării forțelor de respingere între pinion și roată. Din acest motiv unghiul de presiune jos, luat în sensul cerut de asimetria cinematică, trebuie să corespundă flancului motor, iar unghiul de presiune înalt, flancului inactiv.

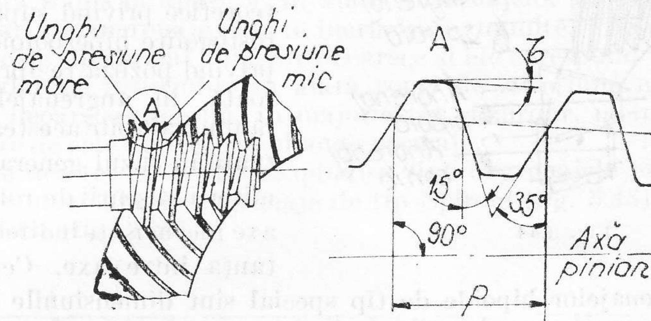


Fig. 3.45

În cazul unui angrenaj cu mișcare de rotație în ambele sensuri se va avea în vedere ca sarcina maximă să acționeze pe flancul cu unghi de presiune mic.

Din fig. 3.45 se vede că melcul angrenajului Spiroid este un melc cu pas axial constant, deci unghiul spirei melcului este variabil, avînd valori mai mari spre diametrul mic.

Unghiul spirei melcului γ_1 este unghiul între tangenta la spiră și planul perpendicular pe axa melcului, așa cum se ia în considerare la filete.

Legătura ce există între pasul melcului și elementele geometrice ale roții se poate deduce din expresia raportului de transmitere a mișcării de rotație între axe încrucișate $i = (r_2/r_1) \cdot (\cos\beta_2/\cos\beta_1)$, unde r_2 și r_1 sînt razele conurilor de referință în punctul mediu de contact iar β_1 și β_2, unghiurile de înclinare, a spirei pinionului (melcului) și a roții, față de axa de rotație.

Legătura ce există între unghiul de înclinare al spirei β și unghiul spirei γ se vede din fig. 3.46.

În baza acestei legături, raportul de transmitere al mișcării poate fi scris sub forma

$$i = (r_2/r_1) \, (\sin \gamma_2/\sin \gamma_1). \tag{3.122}$$

Desfășurind conul de referință al melcului ca în fig. 3.47 se poate stabili legătura ce există între elementele geometrice ale melcului și pasul între spire p.

Notînd z_1 numărul de începuturi al melcului și aproximînd triunghiul $PP'P''$ cu un triunghi dreptunghic se poate scrie:

$$2\pi r_1 \operatorname{tg} \gamma_1 = pz_1/\cos \tau; \tag{3.123}$$

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = pz_1/2\pi r_1 \cos \tau. \tag{3.124}$$

Pasul între spire p este important de luat în considerare, întrucît el corespunde pasului roţii dinţate cu care angrenează.

Din figura geometrică determinată de axele de rotaţie *I* şi *II* şi razele r_1 şi r_2 ale suprafeţelor de referinţă (v. fig. 3.48 şi 3.8) se pot deduce elementele dimensionale ale angrenajului Spiroid.

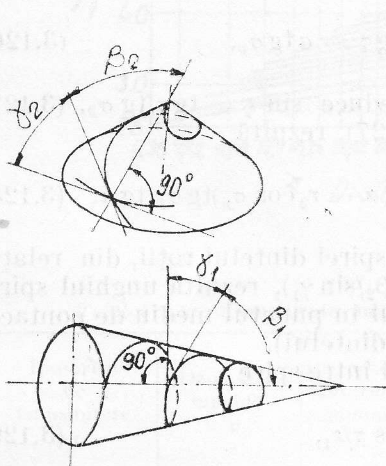


Fig. 3.46

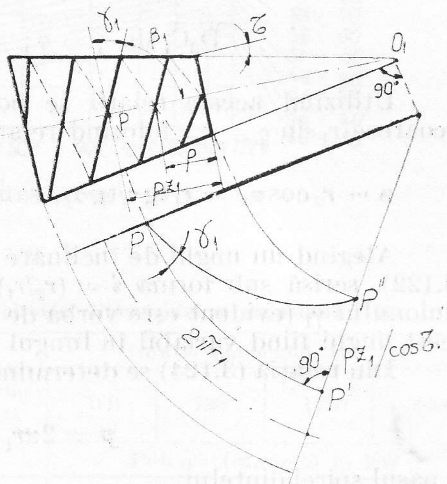


Fig. 3.47

Elementele care se stabilesc iniţial sînt distanţa între axe a, unghiul $\sigma_p = 40°$, unghiul de conicitate al pinionului τ şi raza medie a roţii r_2.

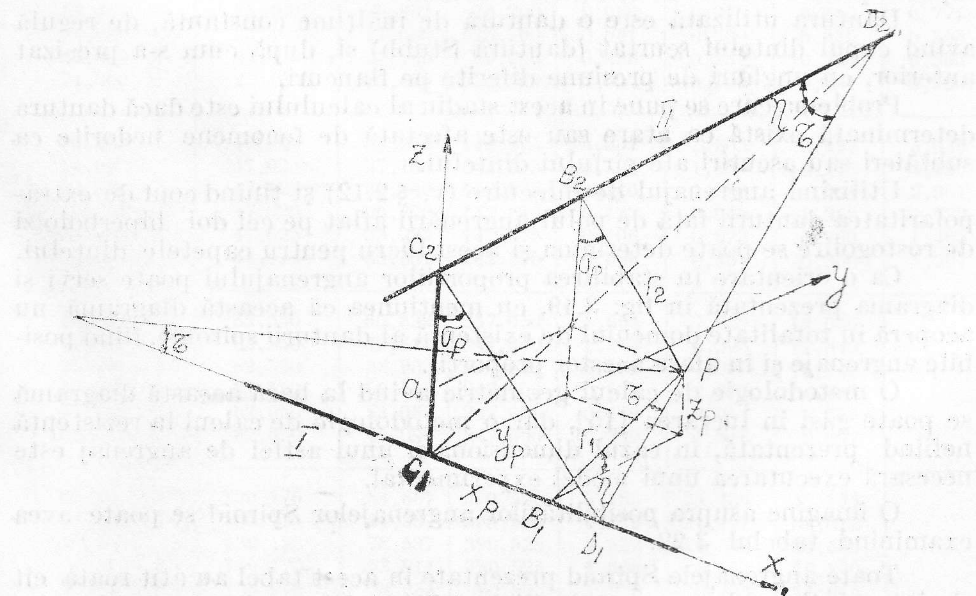


Fig. 3.48

Cu aceste elemente este posibilă stabilirea coordonatelor punctului de contact al suprafețelor de referință $P(x_p, y_p, z_p)$ din fig. 3.48 :

$$x_p = r_2 \sin \sigma_p\,;\; y_p = r_1 \cos \eta\,;\; z_p = a - r_2 \cos \sigma_p. \quad (3.125)$$

Din aceeași figură se poate scrie :

$$\overline{D_2C_1} \sin \eta = a\,; \quad \overline{D_2C_1} \operatorname{tg} \tau = a \operatorname{tg} \sigma_p. \quad (3.126)$$

Utilizînd aceste relații se poate deduce $\sin \eta = \operatorname{tg}\tau/\operatorname{tg}\sigma_p$. (3.127)
Deoarece $r_1 \sin \eta = z_p$, folosind relația (3.127), rezultă

$$a - r_2 \cos\sigma_p = r_1 \operatorname{tg}\tau/\operatorname{tg}\sigma_p, \text{ sau } r_1 = (a - r_2 \cos \sigma_p)\operatorname{tg}\sigma_p/\operatorname{tg}\tau. \quad (3.128)$$

Alegînd un unghi de înclinare β_2 al spirei dintelui roții, din relația (3.122), scrisă sub forma $i = (r_2/r_1) \cdot (\cos \beta_2/\sin \gamma_1)$, rezultă unghiul spirei pinionului γ_1 (evident este vorba de unghiul în punctul mediu de contact, acest unghi fiind variabil în lungul spirei dintelui).

Din relația (3.124) se determină pasul între spire

$$p = 2\pi r_1 \operatorname{tg} \gamma_1 \cos \tau/z_1, \quad (3.129)$$

și pasul spirei dintelui

$$L = p \cdot z_1. \quad (3.130)$$

Știind că $r_2 = m_n z_2/2 \cos \beta_2$, se poate calcula modulul normal m_n al danturii roții în punctul mediu de contact P, această valoare constituind reperul pentru stabilirea înălțimii dintelui.

Dantura utilizată este o dantură de înălțime constantă, de regulă avînd capul dintelui scurtat (dantură Stubb) și, după cum s-a precizat anterior, cu unghuri de presiune diferite pe flancuri.

Problema care se pune în acest stadiu al calculului este dacă dantura determinată există ca atare sau este afectată de fenomene nedorite ca subtăieri sau ascuțiri ale vîrfului dintelui.

Utilizînd angrenajul de înlocuire (v. § 2.12) și ținînd cont de extrapolaritatea danturii față de polul angrenării aflat pe cei doi hiperboloizi de rostogolire se poate determina și acest lucru pentru capetele dintelui.

Ca o orientare în stabilirea proporțiilor angrenajului poate servi și diagrama prezentată în fig. 3.49, cu mențiunea că această diagramă nu acoperă în totalitate domeniul de existență al danturii spiroide, fiind posibile angrenaje și în afara acestor proporții.

O metodologie de calcul geometric avînd la bază această diagramă se poate găsi în lucrarea [15], dar o metodologie de calcul la rezistență nefiind prezentată, în cazul dimensionării unui astfel de angrenaj este necesară executarea unui model experimental.

O imagine asupra posibilităților angrenajelor Spiroid se poate avea examinînd tabelul 3.22.

Toate angrenajele Spiroid prezentate în acest tabel au atît roata cît și pinionul din oțel cementat și călit la *HRC* 60. Pinionul este rectificat iar roata rodată. Ungerea se face cu ulei aditivat pentru angrenaje hipoide.

Executarea pinionului se face cu aceeași tehnologie aplicată la executarea melcilor iar roata se prelucrează pe mașini de frezat dantură cilindrică prin rostogolire. Pentru aceasta se execută o freză melc conică avînd caracteristicile melcului Spiroid plus adaosurile pentru obținerea jocului pe flancuri și la fundul golului. Cu ajutorul unui dispozitiv atașat pe capul de frezat al mașinii de danturat se aduce freza în poziția determinată de coordonatele de montaj a și A_x. Pătrunderea în așchiere se face pe verticală pînă la atingerea cotei de montaj A_z (v. fig. 3.43), grosimea dintelui roții obținîndu-se prin respectarea cotelor de montaj. Lungimea frezei melc trebuie să fie aleasă în așa fel încît să depășească lățimea danturii roții, în acest mod generîndu-se o dantură conjugată melcului Spiroid pe întreaga lățime a roții.

În funcție de precizia necesară funcționării angrenajului Spiroid există trei modalități de prelucrare.

1. Pinion de precizie, cu dantură rectificată și roată rodată separat cu un melc identic cu pinionul.
2. Pinion și roată prelucrate prin așchiere și rodate împreună.
3. Pinion și roată prelucrate numai prin așchiere fără rodaj.

Angrenajele Spiroid astfel realizate pot înlocui, în unele cazuri, angrenajele melcate mari consumatoare de bronz prin roata melcată.

Dintre angrenajele hipoide speciale un deosebit interes prezintă angrenajul de tip Helicon. Acest angrenaj este compus dintr-un pinion cilindric și o roată plană cu dinți de înălțime constantă (v. fig. 3.50). Forma

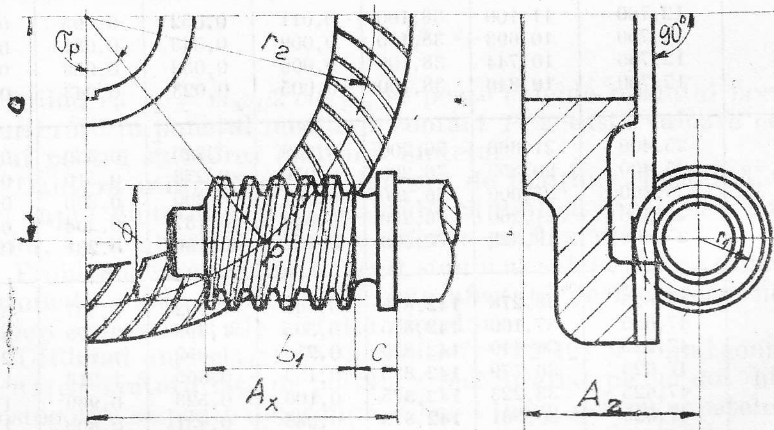


Fig. 3.50

cilindrică a pinionului se referă la suprafața de referință pe care se distribuie dinții întrucît, uneori, suprafața exterioară poate prezenta o ușoară conicitate, determinată de necesitatea evitării ascuțirii dinților la vîrf spre partea care angrenează către interiorul roții plane.

Angrenajul Helicon este asemănător angrenajului Spiroid, fiind în fond un angrenaj Spiroid fără conicitatea suprafețelor de referință.

Capacitatea sa de a transmite efort, după datele din literatură pare a fi cu 50% mai mică decît a angrenajului Spiroid, la aceleași dimensiuni. Lipsa conicității permite însă acestor angrenaje să fie utilizate pentru o gamă de rapoarte de transmitere mai extinsă decît în cazul angrenajelor

Spiroid, ele fiind recomandate pentru rapoarte de la $i = 4$ la $i = 400$ pentru sarcini mici și medii.

Și în cazul angrenajelor Helicon, ungerea trebuie să se facă cu uleiuri aditivate de extremă presiune dat fiind alunecarea longitudinală mare între dinții în angrenare.

Determinarea dimensiunilor angrenajului de tip Helicon se face plecînd de la dimensiunile roții plane și de la distanța între axe.

În cazul pinionului cilindric și roții plane normala comună a suprafețelor de referință în punctul mediu de contact este perpendiculară pe planul roții și conținută în planul axei pinionului, deci în proiecție punctul P apare suprapus peste axa pinionului și cercul mediu al roții plane (v. fig. 3.50 și 3.51).

Spre deosebire de angrenajul Helicon, la angrenajul Spiroid, din cauza conicității suprafețelor de referință, punctul P apare în proiecție pe cercul mediu al roții deplasat față de axul pinionului.

Roata Helicon, fiind o roată plană, geometria sa este cea a roții plane discutată în cazul angrenajelor hipoide normale generate cu roată plană, deci unghiul $\mu = \beta_1 - \beta_2$ (v. fig. 3.51 și fig. 3.23).

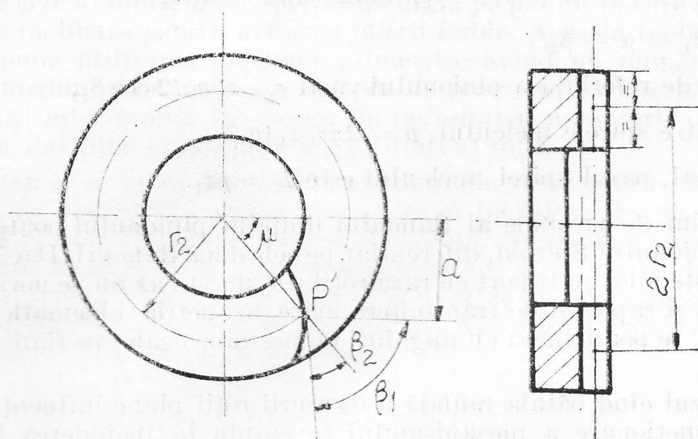


Fig. 3.51

Relațiile (3.122) și (3.124), determinate în cazul angrenajului Spiroid, sînt valabile și la angrenajul Helicon, cu mențiunea că, lipsind conicitatea suprafeței de referință a pinionului, unghiul $\tau = 0$. Astfel din relația $\text{tg}\,\gamma_1 = \text{ctg}\,\beta_1 = p z_1/2\pi r_1$ rezultă raza medie a pinionului

$$r_1 = p z_1 \text{tg}\,\beta_1/2\pi. \qquad 3.(131)$$

Raza medie a roții plane este dată de relația

$$r_2 = z_2 \cdot m_n/2\cos\beta_2. \qquad (3.132)$$

Întrucît raportul de transmitere între axe încrucișate este $i = (r_2/r_1) \cdot (\cos\beta_2/\cos\beta_1)$, înlocuind r_2 și r_1 cu relațiile (3.131) și (3.132) se obține $i = z_2/z_1$, expresia fundamentală a raportului de transmitere a mișcării de rotație prin corpuri dințate.

Din cele expuse rezultă că știind raportul de transmitere al angrenajului , se pot stabili numerele de dinți, respectiv numărul de dinți al roții z_2 și numărul de începuturi al melcului z_1.

Stabilind dimensiunile roții plane, respectiv raza cercului mediu r_2, unghiul de înclinare al danturii roții β_2 și distanța între axe a se poate determina modulul normal al danturii (v. relația 3.132),

$$m_n = 2r_2 \cos \beta_2 / z_2. \tag{3.133}$$

Cunoscînd modulul normal, care exprimă posibilitatea angrenării celor două roți conjugate, se poate determina raza de referință a pinionului (melcului) cu condiția de a stabili ce unghi de înclinare β_1 va avea spira sa.

Considerînd punctul de contact P la distanța a de deplasare a axelor, se poate vedea că tangența celor două spire în contact se exprimă prin relația

$$\mu = \beta_1 - \beta_2, \quad \text{unde } \sin \mu = a/r_2, \tag{3.134}$$

rezultînd $\beta_1 = \mu + \beta_2$. (3.135)

Raza de referință a pinionului va fi $r_1 = z_1 m_n / 2 \cos \beta_1$, (3.136)

iar pasul între spirele melcului, $p = 2\pi r_1 / z_1 \operatorname{tg} \beta_1$. (3.137)

În final, pasul spirei melcului este $L = p z_1$. (3.138)

Unghiul de presiune al flancului dintelui pinionului poate fi, ca și în cazul pinionului Spiroid, diferențiat pe cele două flancuri. Dacă distanța între axe este mică în raport cu raza roții (în acest caz nu se normalizează unghiul σ_p) și raportul de transmitere mare, asimetria cinematică nefiind pronunțată, se poate lucra cu unghiuri de presiune egale pe flancurile dintelui.

În cazul cînd bătaia radială a danturii roții plane influențează precizia de funcționare a mecanismului (exemplu la închiderea lanțurilor cinematice la mașini-unelte) se preferă a se lucra cu unghiuri de angrenare cu valori mici pe flancul motor, chiar în cazul asimetriei cinematice mici, micșorîndu-se astfel influența acestei bătăi radiale. Valorile utilizate pentru unghiurile de presiune pe flancuri pot fi cele precizate la angrenajul Spiroid, dar pot fi și valori intermediare, cu condiția de a lua în considerare asimetria cinematică.

Cu toate că angrenajul Helicon are o capacitate de a transmite efort mai mică decît angrenajul Spiroid, el prezintă o deosebită importanță ca angrenaj cinematic, întrucît se poate executa cu precizie mult mai ridicată decît angrenajul Spiroid. Există în acest sens două posibilități. Dacă se admite roata plană executată din fontă sau bronz (acest lucru este posibil la viteze mici de funcționare) se poate executa frezarea roții pe mașini de frezat dantură cilindrică prin rostogolire, utilizînd o freză melc de precizie avînd forma și dimensiunile melcului conjugat roții.

În cazul unei serii mici, cînd nu este rentabil executarea frezei melc, se poate folosi un cuțit zburător singular sau stelat, după cum melcul are un început sau mai multe, lucrînd cu avansul tangențial al capului de frezat. Bineînțeles în ambele cazuri (freză melc sau cuțit zburător) este

necesară utilizarea unui dispozitiv montat pe capul de frezat al mașinii pentru aducerea sculei în poziția ocupată de melc față de roata de prelucrat. În cazul cînd vitezele de lucru sau sarcinile de transmis sînt mai mari și este necesară și precizie cinematică superioară, se poate executa acest angrenaj pe mașinile de executat dantură conică curbă în arc de cerc cu rectificarea danturii după călire, atît la roată cît și la pinion. În această situație există limitări impuse de construcția mașinilor de prelucrat dantură conică curbă. Astfel, la mașinile de frezat dantură conică curbă, în general, raportul de transmitere între leagănul portsculă și piesă nu depășește $i = 10$. În acest caz mașina de frezat trebuie să permită realizarea danturii prin metoda suprafeței înfășurătoare (Formate) pentru frezarea roții plane. Frezarea danturii roții plane se poate face cu oarecare aproximație prin rotirea păpușii portpiesă astfel ca să se evite tăierea dublă.

Unghiul de înclinare datorită rotirii păpușii fiind mic, (3° ... 4°) erorile nu sînt esențiale. Mai importantă este găsirea unei astfel de poziții relative între capul portcuțite și piesă, încît variația unghiului de înclinare a danturii să nu modifice esențial unghiul de angrenare al flancurilor. Această cerință este îndeplinită atunci cînd tangenta în punctul mediu al arcului de cerc al dintelui este perpendiculară pe planul în care s-a efectuat rotația de înclinare pentru evitarea tăierii duble. Această înclinare a roții plane impune utilizarea cuțitelor asimetrice avînd un număr dictat de mărimea unghiului de înclinare. Metoda de prelucrare bilaterală a golului dintre dinți este impusă în special de necesitatea micșorării timpului de prelucrare, dat fiind numărul mare de dinți al roții.

Pentru a se evita îngustări longitudinale nefavorabile ale dintelui se preferă ca diametrul capului portcuțite să fie astfel ales încît arcul de cerc pe roata plană să aproximeze o evolventă, totalitatea curbelor longitudinale ale flancurilor dinților constituind un vîrtej de evolvente. Vîrtejul de evolvente fiind format din curbe paralele, aproximarea respectivă duce la îngustări longitudinale minime ale dinților. Această aproximare are loc atunci cînd se respectă relația

$$r_{CPC} = r_2 \sin \beta_2. \tag{3.139}$$

Evident îngustarea poate fi admisă mai aproape de aproximarea respectivă sau mai departe după mărimea capetelor portcuțite de care dispunem.

Rectificarea danturii roții plane necesită o mașină de rectificat dantură conică curbă de tip Formate. În lipsa unei asemenea mașini se poate utiliza și o mașină de rectificat dantură conică curbă cu generare prin roată plană, dar sînt necesare unele artificii la reglaje.

Probleme deosebite se pun și la prelucrarea pinionului. Pinionul (melcul) se generează cu o roată plană imaginară avînd elementele geometrice identice cu ale roții plane ale angrenajului.

Raportul de transmitere între roata plană imaginară și pinionul de prelucrat trebuie să fie chiar raportul de transmitere al angrenajului și, întrucît raportul de transmitere la frezare nu depășește 10, pinionul se va degroșa prin strunjire. Semifinisarea și finisarea se va face prin rectificare. Întrucît raportul de transmitere al mașinii de rectificat dantură conică curbă este limitat, automat nu vor putea fi prelucrate decît angrenaje care se încadrează în acest raport. În cazul mașinii de rectificat dantură conică

curbă, cu came pentru realizarea raportului de rostogolire, deşi raportul de transmitere limită nu este precizat în documentaţia de însoţire a maşinii practic s-a putut lucra pînă la $i = 25$, peste această limită maşina avînd, tendinţa de a funcţiona neuniform. Întrucît rectificarea danturii se aplică în cazul unor angrenaje cinematice, deci de precizie mare, trebuie să se acorde o atenţie deosebită reglajelor maşinii de rectificat dantură.

Roata plană a angrenajului fiind prelucrată prin metoda bilaterală, rezultă că pinionul va fi prelucrat unilateral. Această metodă presupune cunoaşterea exactă a unghiului de înclinare mediu pe ambele flancuri ale dintelui.

La metoda de prelucrare bilaterală aplicată roţii, golul între dinţi are lăţime constantă şi unghiul nominal de înclinare se găseşte pe linia medie a golului în punctul mediu P. Pe cele două flancuri unghiurile de înclinare au valori diferite în punctele de intersecţie ale flancurilor cu cercul mediu. Aceste valori ale înclinării fiecărui flanc pe cercul mediu sînt necesare pentru un calcul exact al reglajului. Determinarea valorilor exacte ale unghiului de înclinare pe flancuri se poate face urmărind fig. 3.52.

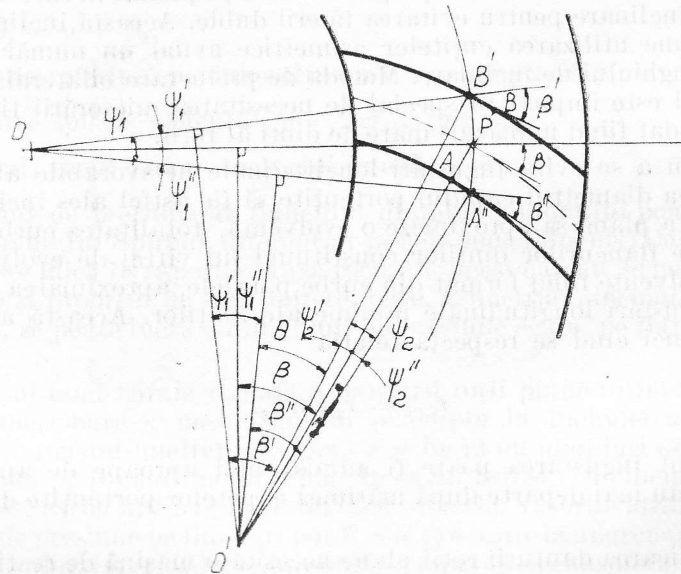


Fig. 3.52

În această figură care reprezintă un gol între dinţi pe roata plană notaţiile au următoarele semnificaţii :

$\overline{OP}$ — raza medie a roţii plane ; (R);

$\overline{O'P}$ —raza capului portcuţite (r_{CPC});

$\widehat{A'B'}$ — lăţimea golului măsurată pe arc în sens frontal (s_{gt}) ;

$\overline{AB}$ — lăţimea golului măsurată pe direcţie normală (s_{gn}) ;

β — unghiul de înclinare mediu al dintelui ;

β' — unghiul de înclinare al flancului concav pe cercul mediu ;

β'' — unghiul de înclinare al flancului convex pe cercul mediu.

Se vede din fig. 3.52 că există următoarele relații :

$$\widehat{A'B'} = R\psi_1 \text{ și } \widehat{A'B'} \sin \beta = r_{CPC} \cdot \psi_2 \text{ de unde } R\psi_1 = r_{CPC}\psi_2/\sin \beta. \quad (3.140)$$

Relația (3.140) se poate pune sub forma $\psi_1/\psi_2 = r_{CPC}/R \sin \beta$, din care se deduce că :

$$\psi_1 = \psi_2, \text{ dacă } r_{CPC} = R \sin \beta ; \quad (3.141)$$

$$\psi_1 > \psi_2, \text{ dacă } r_{CPC} > R \sin \beta ; \quad (3.142)$$

$$\psi_1 < \psi_2, \text{ dacă } r_{CPC} < R \sin \beta. \quad (3.143)$$

Se vede din aceste relații că valoarea $r_{CPC} = r_2 \sin \beta_2$ amintită anterior (în cazul de față $r_2 = R$) reprezintă o limită față de care se produc unele variații ale unghiurilor ce corespund lățimii golului deci și o îngustare longitudinală a dintelui.

Analizînd fig. 3.52 se constată următoarele :

$$\beta' = \beta - \psi_2' + \psi_1' ; \quad (3.144)$$

$$\beta'' = \beta - \psi_1'' + \psi_2'' . \quad (3.145)$$

Deoarece $R\psi_1' = \widehat{PB'} = s_{gl}/2 = s_{gn}/2\cos\beta$, rezultă că

$$\psi_1' = s_{gn}/2R \cos\beta \text{ radiani.} \quad (3.146)$$

În același mod se deduce $\psi_1'' = s_{gn}/2R \cos \beta$ radiani. (3.147)

Pentru calculul mărimii unghiurilor ψ_2' și ψ_2'' se va observa că $(r_{CPC} - s_{gn}/2)/\sin\beta = (s_{gn}/2 \cos \beta)/\sin\psi_2''$.

Efectuînd calculele rezultă $\psi_2'' = s_{gn} \operatorname{tg}\beta/(2r_{CPC} - s_{gn})$ radiani. (3.148)

Întrucît $r_{CPC}/\sin\beta = (s_{gn}/2\cos\beta)/\sin\psi_2'$, se obține

$$\psi_2' = s_{gn} \operatorname{tg}\beta/2r_{CPC} \text{ radiani.} \quad (3.149)$$

Obținerea angrenajului Helicon prin generare pe mașina de rectificat dantura conică curbă conduce la un angrenaj cu o precizie deosebită, dată fiind precizia mare a acestor mașini.

În cazul montajului unui asemenea angrenaj trebuie respectate cu rigurozitate cotele de montaj A_x, a și A_z (fig. 3.50), pentru a nu scădea precizia prin erori de montaj, în acest caz pinionul fiind generat conjugat roții plane.

În cazul cînd roata angrenajului Helicon este prelucrată pe o mașină de frezat dantură cilindrică cu freză melc sau cu cuțit zburător, roata plană este generată de către pinion, respectiv de către melcul cilindric. În acest caz, pentru a nu se diminua precizia de execuție prin erori de montaj, este necesar să se respecte cu rigurozitate cotele de montaj a și A_z, cota A_x permițînd toleranțe mai largi, dat fiind cilindricitatea melcului generator.